1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. $-\sqrt{144}+\sqrt{(-3)^4}-\sqrt{(-5)^4}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$-\sqrt{144}+\sqrt{(-3)^4}-\sqrt{(-5)^4}$$
$$=-\sqrt{144}+\sqrt{81}-\sqrt{625}$$
$$=-12+9-25=-28$$

3. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2 ㉡ 9 ㉢ 12 ㉣ 15 ㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

4. $P(x)$을 $-\sqrt{x} < n < 0$ 인 정수 n의 개수라 할 때, $P(16) - P(2.5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

$P(16)$은 $-4 < x < 0$ 인 정수이므로

$x = -3,\ -2,\ -1$

$\therefore\ P(16) = 3$

$P(2.5)$는 $-\sqrt{2.5} < x < 0$이므로 $x = -1$

$\therefore\ P(2.5) = 1$

$\therefore\ P(16) - P(2.5) = 3 - 1 = 2$

5. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35}$

$= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7}$

$= 30\sqrt{7}$

6. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

a □ b

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2 는 $\sqrt{4}$이므로 a를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$로 바꾸어 비교해 보면 된다.

$a-b = \left(\sqrt{5}-2\right) - \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right) = -2+\sqrt{3} = -\sqrt{4}+\sqrt{3}$이므로

$\therefore a - b < 0$

7. $x = -\sqrt{5},\ y = \sqrt{20}$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① $\sqrt{15}$ ② 15 ③ 20 ④ $\sqrt{20}$ ⑤ 25

해설

$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$
$y^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$
따라서 $x^2 + y^2 = 5 + 20 = 25$ 이다.

8. 다음 5 개의 수 A, B, C, D, E 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연수를 a, b, c, d, e 라 한다. 다음 중 옳은 것은?

$$A = \sqrt{4+a}\,, \quad B = \sqrt{5^2+b}$$
$$C = \sqrt{5^2 \times 3^3 \times c}\,, \quad D = \sqrt{160+2d}$$

① $a < b < c < d$ ② $a < c < b < d$ ③ $b < a < d < c$
④ $c < d < a < b$ ⑤ $c < a < b < d$

해설

정수가 되려면 근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다.
A 에서 $4+a = 9$ 일 때 a 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
$\therefore a = 5$
B 에서 $5^2 + b = 36$ 일 때 b 가 가장 작은 수이면서 제곱수를 만든다.
$\therefore b = 11$
C 에서 $5^2 \times 3^3 \times c$ 가 제곱수가 되려면 가장 작은 수는 $c = 3$ 일 때 이다.
D 에서 $160 + 2d = 196 (= 14^2)$ 일 때 d 가 가장 작은 수이면서 근호 안이 제곱수가 된다.
$\therefore d = 18$
$\therefore c < a < b < d$

9. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 찾아라.

보기

㉠ 유한소수는 유리수이다.

㉡ 무한소수는 무리수이다.

㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.

㉤ 제곱근 4 는 ±2 이다.

㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.

㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.

㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.

㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉨

해설

㉡ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
㉢ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
㉣ 모든 양수가 2 개의 '무리수' 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근 (±2)을 갖는다.
㉤ $\sqrt{4} = 2$
㉨ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

10. $a = 6 - \sqrt{5},\ b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b < 0$ ② $a - b > 0$ ③ $a - 4 < 0$

④ $b - 4 < 0$ ⑤ $2a + b > 15$

해설

① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$

② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$

④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$

⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13$

11. $A=\sqrt{\frac{5}{169}}$, $B=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $C=\sqrt{1.25}$ 일 때, A, B, C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C

④ C, A, B ⑤ C, B, A

해설

$$A=\sqrt{\frac{5}{169}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}}=\frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C=\sqrt{1.25}=\sqrt{\frac{125}{100}}=\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}}=\frac{5\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A<B<C$ 이다.

12. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3}\sqrt{5^2} = a^3b^2$

13. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}\left(2+\sqrt{6}\right)$$

① $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{2}-2$

④ $2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

해설

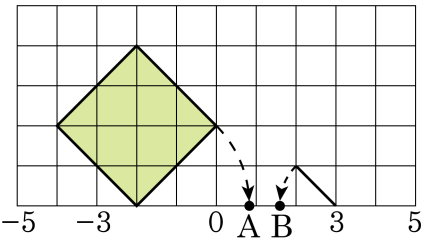
$$\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}\left(2+\sqrt{6}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}-\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$$

$$=4\sqrt{2}-\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$$

$$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

14. 다음 수직선 위에 대응하는 두 점 A, B에서 $\frac{B}{A}$ 의 값은? (작은 사각형 하나는 정사각형임)



① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{2}-5}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$

④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

해설

$A = -2+2\sqrt{2}$, $B = 3-\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{B}{A} = \frac{3-\sqrt{2}}{-2+2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(3-\sqrt{2})(-2-2\sqrt{2})}{(-2+2\sqrt{2})(-2-2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+1}{2}$$

15. $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40}-1$ ② $\sqrt{40}+1$ ③ $\sqrt{41}-1$

④ $\sqrt{41}+1$ ⑤ $\sqrt{41}-\sqrt{40}$

해설

$f(1)=\sqrt{2}-1=-1+\sqrt{2}$
$f(2)=\sqrt{3}-\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$f(3)=\sqrt{4}-\sqrt{3}=-\sqrt{3}+\sqrt{4}\cdots$
$f(39)=\sqrt{40}-\sqrt{39}=-\sqrt{39}+\sqrt{40}$
$f(40)=\sqrt{41}-\sqrt{40}=-\sqrt{40}+\sqrt{41}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(39)+f(40)$
$=(-1+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+(-\sqrt{3}+\sqrt{4})+\cdots+(-\sqrt{39}+\sqrt{40})+(-\sqrt{40}+\sqrt{41})=-1+\sqrt{41}$

16. 다음 식을 만족하는 유리수 k의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4}$$

$$= -\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2}$ 이므로

$k = -\frac{11}{4}$ 이다.

17. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(주어진 식) $= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2}$

$= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}$

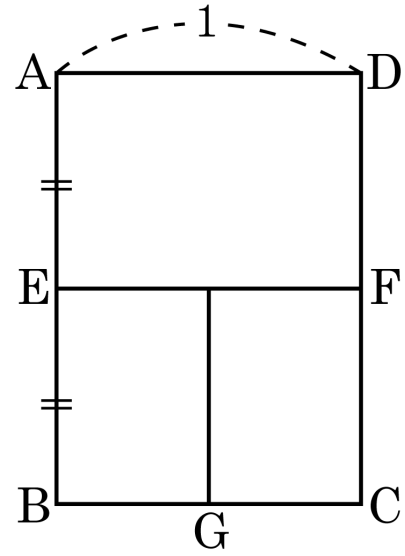
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ $(x,\ y$는 유리수$)$ 이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$\therefore\ \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$

18. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\frac{(1+\sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2+\sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

④ $\frac{3(1-\sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$\overline{AB} = x$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}x$ 라 하면

$1 : x = \frac{1}{2}x : 1$, $\frac{1}{2}x^2 = 1$, $x^2 = 2$

$\Rightarrow x = \sqrt{2}$ ($\because x > 0$)

$\therefore$ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$= (1+\sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

19. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=-4 \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=2\sqrt{3}$

▷ 정답: $y=5\sqrt{2}$

해설

$\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=7\sqrt{6}\cdots㉠ \\ \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=-4\cdots㉡ \end{cases}$

㉠$\times\sqrt{2}+$㉡$\times\sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rl} & 2x+\sqrt{6}y=14\sqrt{3} \\ +) & 3x-\sqrt{6}y=-4\sqrt{3} \\ \hline & 5x\qquad\quad =10\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x=2\sqrt{3}$

㉡에 $x=2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$6-\sqrt{2}y=-4,\ \sqrt{2}y=10$

$y=5\sqrt{2}$

20. $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n)=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ 이므로

(준식) $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}$

$=-1+3=2$