

1. 두 점 A(-1,3), B(2,4)을 이은 선분 $\overline{AB}$ 의 기울기는?

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\therefore m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

2. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

3. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

4. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

- ① P(2.4, -1), Q(0, 6) ② P(3.6, 0), Q(-1, 6)
③ P(3.6, 0), Q(0, 6) ④ P(2.4, 0), Q(0, 5)
⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$
양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$
 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$
양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

5. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2:1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2:1로 내분하는 점 P(x_1)라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2:1로 외분하는 점 Q(x_2)라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $PQ = 12 - 4 = 8$

6. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,4)$, $B(6,2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

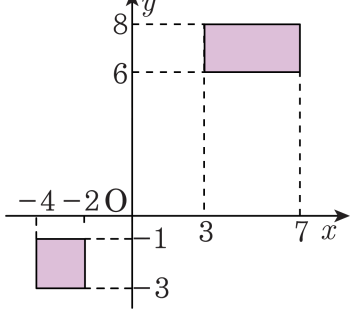
다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이려면 P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.

이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$

즉 $P(4,3)$ 이므로 $a=4, b=3$

$\therefore a+b=7$

7. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.
 점 M을 지나는 임의의 직선 l 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
 l 의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
 M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
 정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
 직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
 두 점을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{9}{8}$$

8. 서로 수직인 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점을 H 라 할 때,
H 의 좌표는 () 이다. 따라서, 원점에서 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 까지의
거리는 () 이다. 위의 () 안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

- ① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x + 2 = 2x, -x + 4 = 4x$

이고 $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

9. 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 의 중심이 $(4,-2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4,-2)$ 이므로

$$(x-4)^2+(y+2)^2=r^2$$

$$x^2+y^2-8x+4y+20-r^2=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이때, 원 $\textcircled{1}$ 과 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 이 같으므로

$$-2k=-8, \quad k=4$$

$$3k=20-r^2$$

$$\therefore k=4, \quad r=2\sqrt{2} (\because r>0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

10. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

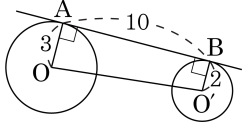
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이고
또한 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$,
 $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 5
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 또는 $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 $\therefore 1 + 5 = 6$

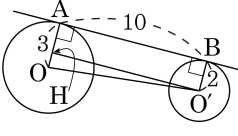
11. 다음 그림의 두 원 O, O' 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



- ① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O' 에서 선분 AO 에 내린
수선의 발을 H 라 하면,
직각삼각형 $OO'H$ 에서
 $OO' = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$



12. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값은?

① 3

② 5

③ 6

④ 9

⑤ 16

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

이 원이 평행이동하여 $x^2 + y^2 = c$ 가 되려면 $c = 5$

13. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여

대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고

반지름의 길이가 2 이므로

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = 6$$

따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은

$$2 + (-6) + 6 = 2$$

14. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

15. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

16. 세 직선 $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x + y = k \\ kx - 5y = 5 \end{cases}$ 이 한점 $P(a, b)$ 에서 만날 때 $a + b$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x + y = 7 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x + y = k \cdots \textcircled{2}$$

$$kx - 5y = 5 \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 의 교점은 $(7 - k, -14 + 3k)$ 이므로

이를 $\textcircled{3}$ 에 대입하면,

$$k^2 + 8k - 65 = 0 \quad \therefore k = 5 \text{ 또는 } -13$$

$$\therefore P(a, b) = (2, 1) \text{ 또는 } (20, -53)$$

$$\therefore a + b \text{ 의 최댓값은 } 2 + 1 = 3$$

17. 원 $x^2 + y^2 - 2ax - 2y - 4 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 + 2x + 2ay - 2 = 0$ 의 둘레를 이등분하면서 지날 때, a 의 값의 합은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

원 $x^2 + y^2 - 2ax - 2y - 4 = 0$ 이
원 $x^2 + y^2 + 2x + 2ay - 2 = 0$ 의 둘레를 이등분하려면
두 원의 공통현이
원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의 중심을 지나야 한다.
공통현의 방정식은
 $(1 + a)x + (a + 1)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $\textcircled{㉠}$ 이 점 $(-1, -a)$ 를 지나므로
 $(1 + a) \times (-1) + (a + 1) \times (-a) - 2 = 0$
 $a^2 + 2a = 0$
 $\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의해 -2

18. 다음에서 원과 직선이 접하는 것은?

① $x^2 + y^2 = 4$, $x - y + 3 = 0$

② $x^2 + y^2 = 16$, $x - y + 5 = 0$

③ $x^2 + y^2 = 5$, $2x - y - 5 = 0$

④ $x^2 + y^2 = 3$, $x - 2y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 = 4$, $x + y - 2 = 0$

해설

① $(0, 0)$, $r = 2$, $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\therefore d > r$

② $(0, 0)$, $r = 4$, $d = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\therefore d < r$

③ $(0, 0)$, $r = \sqrt{5}$, $d = \sqrt{5}$

$\therefore r = d$

④ $(0, 0)$, $r = \sqrt{3}$, $d = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$\therefore r > d$

⑤ $(0, 0)$, $r = 2$, $d = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$\therefore r > d$

19. 직선 $y = 2x + k$ 와 원 $x^2 - 4x + y^2 = 21$ 이 만나는 두 교점 사이의 거리가 최대일 때, 상수 k 의 값은?

① -1 ② -4 ③ 4 ④ 10 ⑤ -10

해설

주어진 원은 $(x - 2)^2 + y^2 = 25$ 이므로
중심의 좌표는 $(2, 0)$ 이다. 두 교점 사이의 거리의
최댓값은 직선 $y = 2x + k$ 가 원의 중심 $(2, 0)$ 을 지날 때이므로
 $k = -4$

20. $x^2 + y^2 = 5$ 밖의 한 점 $(-1, 3)$ 에서 이 원에 접선을 그을 때, 점 $(-1, 3)$ 에서 접점까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

접선의 길이를 구하는 것이므로
 $\sqrt{1^2 + (-3)^2 - 5} = \sqrt{5}$

21. 다음에서 부등식 $y - 2x + 1 > 0$ 가 나타내는 영역 안에 있는 점은?

① (4, 2)

② (1, 1)

③ (2, -3)

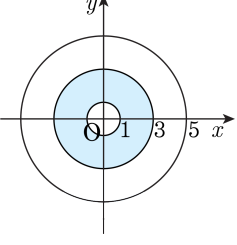
④ (0, 1)

⑤ (1, 0)

해설

대입해서 부등식 $y - 2x + 1 > 0$ 를 만족시키는 점은 (0, 1) 뿐이다.

22. 다음 그림은 다트 판을 직교좌표계에 올려놓은 것이다. 부등식 $x^2 + y^2 \leq 1$ 의 영역을 A , 부등식 $1 < x^2 + y^2 \leq 9$ 의 영역을 B , 부등식 $9 < x^2 + y^2 \leq 25$ 의 영역을 C 라 할 때, A 에 맞추면 10 점, B 에 맞추면 9 점, C 에 맞추면 8 점이라고 한다. 한 사람이 다트를 5 회 던졌을 때 쏜 지점의 위치가 다음과 같다고 할 때, 획득 점수의 평균을 구하여라.



$(0, 0), (1, \sqrt{2}), (3, \pi), \left(3, \frac{1}{2}\right), (4, \sqrt{2} + 1)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8.6

해설

$(0, 0)$ 은 $0^2 + 0^2 \leq 1$, A 이므로 10 점,
 $(1, \sqrt{2})$ 은 $1 < 1^2 + (\sqrt{2})^2 \leq 9$, B 이므로 9 점
 같은 방법으로, $(3, \pi)$ 는 C 이므로 8 점,
 $\left(3, \frac{1}{2}\right), (4, \sqrt{2} + 1)$ 은 C 이므로 8 점
 $\therefore$ 총합은 $10 + 9 + 8 + 8 + 8 = 43$ 점,
 평균은 8.6 점

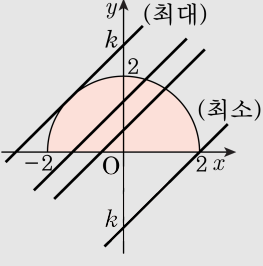
23. x, y 가 두 개의 부등식 $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$ 을 만족할 때, $y - x$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$y - x = k$ 라 놓으면 $y = x + k$
 $y = x + k$ 는 점 $(2, 0)$ 을 지날 때
 $k = -2$ 가 최소
반원 $x^2 + y^2 = 4$ (단, $y \geq 0$) 과
 $x - y + k = 0$ 가 접할 때 k 는 최대
즉, $\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2, k = 2\sqrt{2}$



24. $a-b=3$, $b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} a-b &= 3 && \cdots \textcircled{A}, \quad b-c = 1 && \cdots \textcircled{B} \\ \textcircled{A} + \textcircled{B} \text{에서 } a-c &= 4 \\ \therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a \\ &= ab(b-a) + c^2(b-a) - c(b^2-a^2) \\ &= (b-a) + (b-a)\{c^2 - c(b+a)\} \\ &= (b-a)(ab + c^2 - bc - ca) \\ &= (b-a)\{a(b-c) + c(c-b)\} \\ &= (b-a)(b-c)(a-c) \\ &= (a-b)(b-c)(c-a) \\ &= 3 \times 1 \times (-4) = -12 \end{aligned}$$

25. x 에 대한 항등식 $x^{1997} + x + 1$ 을 $x^2 - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 의 모든 계수와 상수항의 합을 구하면?

- ① 997 ② 998 ③ 1997 ④ $\frac{1997}{2}$ ⑤ $\frac{1997}{3}$

해설

$x^{1997} + x + 1 = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$ 라 하면
 $x = 1$ 일 때, $3 = a + b$
 $x = -1$ 일 때, $-1 = -a + b$
 $\therefore a = 2, b = 1$
 $\therefore x^{1997} + x + 1 = (x^2 - 1)Q(x) + 2x + 1$
 $x^{1997} - x = (x^2 - 1)Q(x)$
 $x(x - 1)(x^{1995} + x^{1994} + \cdots + x + 1)$
 $= (x - 1)(x + 1)Q(x)$
 $\therefore x(x^{1995} + x^{1994} + \cdots + x + 1) = (x + 1)Q(x)$
 $Q(1)$ 이 $Q(x)$ 의 모든 계수의 합이므로 $x = 1$ 을 대입하면
 $2Q(1) = 1996 \quad \therefore Q(1) = \frac{1996}{2} = 998$