

1. 264의 소인수를 바르게 구한 것은?

- ① 2, 3, 11 ② 1, 2, 3, 11 ③ 2^2 , 11
④ 2^3 , 3, 11 ⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

2. 다음은 나예빠가 넉멧저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 넉멧저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 넉멧저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답: 시

▶ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4$ 이고 3^3 의 약수는 $1, 3, 3^2, 3^3$ 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3, 8 = 2^3, 100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

3. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

4. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
- ② 22 과 35 는 서로소이다.
- ③ 90 의 소인수는 3 개이다.
- ④ 143 은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

6. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$A(24) = (3+1) \times (1+1) \\ = 4 \times 2 = 8$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

7. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

8. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

9. 63를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

10. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

11. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

12. 두 수 $2 \times a \times 7^2$ 과 $b \times 5 \times 7 \times 13$ 의 최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 13 ⑤ 14

해설

최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이므로 $a = 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 이므로 $b = 2^3 = 8$
따라서 $a + b = 13$ 이다.

13. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

14. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2

② $2^3 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

15. 소인수분해를 이용하여 27 과 45 의 최대공약수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$27 = 3^3, 45 = 3^2 \times 5$$

두 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$

16. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

- ① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13
- ④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

㉠
$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \ 121} \\ \underline{ 3 11} \\ 0 0 \end{array}$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 39 \ 65} \\ \underline{ 3 5} \\ 0 0 \end{array}$$

따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

17. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$\begin{array}{l} 18\text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{} \\ 24\text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \\ \hline \text{최대공약수} : \boxed{2} \times \boxed{} \end{array}$$

- ① 2, 1, 2 ② 2, 3, 3 ③ 3, 1, 2 ④ 3, 2, 2 ⑤ 3, 2, 3

해설

$$\begin{array}{l} 18\text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3 \\ 24\text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ \hline \text{최대공약수} : 2 \times 3 \end{array}$$

18. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
 $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
 $2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a = 3, b = 1, c = 1, d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 1 + 1) \times 1 = 5$ 이다.

19. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

20. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$

21. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

22. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
 $2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 1$, $b = 2$

23. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

24. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9 개 이다.

25. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.
 $\therefore x = 2 \times 3 = 6$