

1. $\left(\frac{a^3b^\Delta}{a^\Delta b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$ 일 때, Δ 안에 공통으로 들어가는 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$\left(\frac{a^3b^\Delta}{a^\Delta b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$$

$$\text{i) } 9 - 3\Delta = -6$$

$$\therefore \Delta = 5$$

$$\text{ii) } 3\Delta - 12 = 3$$

$$\therefore \Delta = 5$$

2. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

- ① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2 \\ &= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2} \\ &= -\frac{8y^7}{x}\end{aligned}$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = 9 \\ ax + by = 3 \end{cases}$ 의 해가 $(-3, 1)$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$(-3, 1)$ 을 대입하면

$$\begin{cases} -3a - b = 9 \\ -3a + b = 3 \end{cases}$$

$$-6a = 12, a = -2, b = -3$$

$$\therefore ab = 6$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

5. $48^5 = 2^a \times 3^b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$48^5 = (2^4 \times 3)^5$$

$$a = 20, b = 5$$

$$\therefore ab = 100$$

6. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8 자리

② 10 자리

③ 11 자리

④ 12 자리

⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\&= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\&= 2^{15} \times 5^{10} \\&= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\&= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

7. 다음 식을 만족하는 x, y 를 구하여라.

$$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$$

$$48^4 = (2^4 \times 3)^4 = 2^{16} \times 3^4$$

$$\therefore x = 4, y = 16$$

8. 식 $(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$ 를 간단히 하면?

① $3a + 4b - 5$

② $3a + 2b - 3$

③ $5a - 2b - 3$

④ $5a + 2b + 3$

⑤ $5a - 2b + 3$

해설

$$\begin{aligned} & (4a + b - 1) - (-a + 3b - 4) \\ &= 4a + b - 1 + a - 3b + 4 \\ &= 5a - 2b + 3 \end{aligned}$$

9. $\frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{11}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left(\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ &= \frac{1}{6}x^2 - x - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{6} + (-1) + (-1) = -\frac{11}{6}$$

10. $\left(x^2 - 2 + \frac{3}{x^2}\right)\left(x + \frac{5}{x} + 1\right)$ 을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수와 x 의 계수의 곱은?

① -21

② -11

③ 1

④ 11

⑤ 21

해설

$$\frac{1}{x} \text{의 항} : -2 \times \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} \times x = -\frac{10}{x} + \frac{3}{x} = -\frac{7}{x}$$

$$\frac{1}{x} \text{의 계수} : -7$$

$$x \text{의 항} : x^2 \times \frac{5}{x} - 2x = 5x - 2x = 3x$$

$$x \text{의 계수} : 3$$

$$\therefore (-7) \times 3 = -21$$

11. 한 변의 길이가 $x\text{m}$ 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 2m 만큼 늘리고, 세로는 3m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

① $(x^2 - 9)\text{m}^2$

② $(x^2 - x - 6)\text{m}^2$

③ $(x^2 + x - 6)\text{m}^2$

④ $(x^2 - 4x + 4)\text{m}^2$

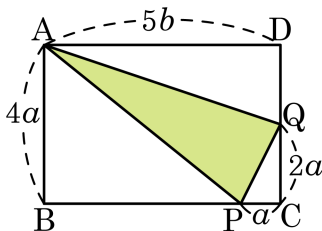
⑤ $(x^2 + 6x + 9)\text{m}^2$

해설

가로의 길이는 $(x + 2)\text{m}$, 세로의 길이는 $(x - 3)\text{m}$ 이다.

$$(x + 2)(x - 3) = (x^2 - x - 6)\text{m}^2$$

12. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변 위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는?



① $a^2 + ab$

② $a^2 + 2ab$

③ $a^2 + 3ab$

④ $a^2 + 4ab$

⑤ $a^2 + 5ab$

해설

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times (5b - a) \times 4a = 2a(5b - a) = 10ab - 2a^2$$

$$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times 5b \times (4a - 2a) = \frac{1}{2} \times 5b \times 2a = 5ab$$

$$\triangle PCQ = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2$$

$$\therefore \triangle APQ = \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle ADQ + \triangle PCQ)$$

$$= 5b \times 4a - \{(10ab - 2a^2) + 5ab + a^2\}$$

$$= 20ab - (15ab - a^2)$$

$$= 20ab - 15ab + a^2$$

$$= 5ab + a^2$$

13. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $2x+y=a$ 가 단 한 개의 해를 갖도록 하는 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$a = 1, 2$ 일 때, $2x+y=a$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 없다.

$a = 3$ 일 때, $2x+y=3$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 1)$ 이다.

$a = 4$ 일 때, $2x+y=4$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 2)$ 이다.

$a = 5$ 일 때, $2x+y=5$ 를 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍은 $(1, 3), (2, 1)$ 이다.

따라서 단 한 개의 해를 갖도록 하는 자연수 a 의 값은 3, 4 이다.

14. 일차방정식 $-x + 2y = 28$ 의 해가 $(k - 1, k)$ 일 때, 상수 k 의 약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$x = k - 1$, $y = k$ 를 주어진 식에 대입하면 $-(k - 1) + 2k = 28$
이고, 이를 정리하면 $k = 27$
 $\therefore k$ 의 약수는 1, 3, 9, 27

15. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x + y = p \end{cases}$ 의 해가 $(4, q)$ 일 때 $2p - q$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{cases} x - y = 7 \cdots \textcircled{A} \\ 2x + y = p \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

우선, $\textcircled{A}$ 식에 $x = 4, y = q$ 를 대입하여 q 값을 구한다.

$$4 - q = 7, q = -3$$

$\textcircled{B}$ 식에 $x = 4, y = q = -3$ 을 대입하여 p 값을 구한다.

$$8 - 3 = p, p = 5$$

$$\therefore 2p - q = 10 + 3 = 13$$

16. 다음 두 연립방정식이 서로 같은 해를 갖는다고 할 때, $1004^a \times 1004^b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 6x - 5y = -4 \\ ax - by = 7 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2ax + by = 2 \end{cases}$$

① 502

② 1003

③ 1004

④ 1005

⑤ 2008

해설

$$\begin{cases} 6x - 5y = -4 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases} \text{를 연립하여 풀면 } x = 1, y = 2 \text{가 나온다.}$$

나머지 두 식에 $x = 1, y = 2$ 를 대입하여 풀면
 $a = 3, b = -2$ 이 나온다.

따라서 $1004^a \times 1004^b = 1004^{a+b} = 1004^1 = 1004$ 이다.

17. 다음 연립방정식 $\frac{1}{3}x + 2y = 2(x + 1) + 5y = x + 4y$ 의 해를 (p, q) 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하면 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{cases} 2(x + 1) + 5y = x + 4y & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{3}x + 2y = x + 4y & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{를}$$

① - ② $\times 3$ 을 하면 $x = -3, y = 1$

$\therefore (p, q) = (-3, 1)$

따라서 $p + q = (-3) + 1 = -2$ 이다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} y = mx - 3 \\ y = (2m + 7)x + 4 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, m 의 값은?

① -1

② -3

③ -5

④ -7

⑤ -9

해설

$m = 2m + 7$ 이어야 하므로 $m = -7$

19. $a = -1$, $b = 3$ 일 때, $20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\begin{aligned} 20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab &= 25a^2b^2 \\ &= 25 \times (-1)^2 \times 3^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

20. 다음 보기에서 일차방정식 $3x + y = 10$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
- ㉡ x, y 가 모든 수일 때, 해의 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많이 있다.
- ㉢ x, y 가 자연수일 때, 해는 3 쌍이다.
- ㉤ $x = -3$ 일 때, $y = 1$ 이다.
- ㉥ y 에 관해 정리하면 $y = 3x + 10$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

- ㉠. 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
- ㉡. x, y 가 모든 수일 때, 해의 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많이 있다.
- ㉢. x, y 가 자연수일 때, 해는 $(1, 7), (2, 4), (3, 1)$ 으로 3 쌍이다.
- ㉤. $x = -3$ 일 때, $y = 19$ 이다.
- ㉥. y 에 관해 정리하면 $y = -3x + 10$ 이다.

21. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{y-1} = 15 \\ \frac{6}{x-1} + \frac{2}{y-1} = 1 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{3}$

▷ 정답 : $y = \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{1}{x-1} = A, \frac{1}{y-1} = B \text{ 라고 하면}$$

$$\begin{cases} 2A - 3B = 15 & \dots \textcircled{1} \\ 6A + 2B = 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 3 -$ ② 를 하면

$$A = \frac{3}{2}, B = -4$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{3}{2} \therefore x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{y-1} = -4 \therefore y = \frac{3}{4}$$

22. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

㉠ $2x + 4y = 6$

㉡ $4x + 8y = 10$

㉢ $3x + 2y = 7$

㉣ $x + 2y = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉣식에 $\times 2$ 를 해 주면 ㉠식과 완전히 일치하게 되므로 ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

23. $abc \neq 0$, $a + b + c = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(a-2)(b-2)(c-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + bc + ca}{abc} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$ab + bc + ca = \frac{1}{2}abc$$

$$\begin{aligned} \therefore (a-2)(b-2)(c-2) &= (ab - 2a - 2b + 4)(c-2) \\ &= abc - 2ab - 2ac + 4a - 2bc + 4b + 4c - 8 \\ &= abc - 2(ab + bc + ca) + 4(a + b + c) - 8 \\ &= 4(a + b + c) - 8 \left(\because ab + bc + ca = \frac{1}{2}abc \right) \\ &= 4 \times \frac{1}{4} - 8 \\ &= -7 \end{aligned}$$

24. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - y^2 = 1$ 일 때, $\{(x - y)^n + (x + y)^n\}^2 - \{(x - y)^n - (x + y)^n\}^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(x - y)^n = A$, $(x + y)^n = B$ 라고 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (A + B)^2 - (A - B)^2 = 4AB \\ &= 4(x - y)^n(x + y)^n \\ &= 4(x^2 - y^2)^n = 4\end{aligned}$$

25. $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 일 때, $\frac{3x^3 + 3y^3 + 3z^3}{xyz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x : y : z = 2 : 3 : 5$ 에서,

$x = 2k, y = 3k, z = 5k$ 라 하고, 이 값을 주어진 식에 대입하면,

$$\begin{aligned}\frac{3x^3 + 3y^3 + 3z^3}{xyz} &= \frac{3(x^3 + y^3 + z^3)}{xyz} \\ &= \frac{3(8k^3 + 27k^3 + 125k^3)}{30k^3} \\ &= \frac{160k^3}{10k^3} = 16\end{aligned}$$