

1. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

2. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

3. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면
 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

4. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

5. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

6. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

7. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

8. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 10 ③ 20 ④ -10 ⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 6, \quad xy = 12 \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6 \\&= 0\end{aligned}$$

9. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

10. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

11. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}, -2$ ② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}, 2$
④ $-\frac{2}{7}, 2$ ⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

12. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 0, b = 3$ ③ $a = -1, b = 2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, \quad a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

14. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

15. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$

점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$f(-2) = 5, f(2) = -3$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$

16. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

17. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

18. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\ &= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\ &= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

19. $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수 x 들의 총합은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2}\sqrt{(x^2-1)^2}i \\ &= |x| \cdot |x^2-1| i \\ &= |x| \cdot |x+1| |x-1| i\end{aligned}$$

그러므로 $x = 0, 1, -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

20. $f(x) = \frac{x}{1+i}$, $g(x) = \frac{x}{1-i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1-i)\}^{100} + \{g(1+i)\}^{100}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$f(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{2} = -i$$

$$g(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} & \{f(1-i)\}^{100} + \{g(1+i)\}^{100} \\ &= (-i)^{100} + (i)^{100} \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

21. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2+mx+6=0$ 의 두 근 a, b 에 대하여 $|a-b|=1$ 이 성립할 때, $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}$ 의 값은? (단, $m<0$)

① $-1-\sqrt{2}$

② $2+\sqrt{3}$

③ $2-\sqrt{3}$

④ $1+\sqrt{2}$

⑤ $-2+\sqrt{5}$

해설

$$x^2+mx+6=0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a+b=-m, ab=6$$

$$|a-b|=1$$

$$|a-b|^2=(a+b)^2-4ab$$

$$=m^2-24=1$$

$$m^2=25 \therefore m=-5(\because m<0)$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-3)(x-2)=0$$

$$a=3, b=2$$

$$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

23. 종섭이와 성제가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 각각 풀었다. 종섭이는 x 의 계수를 잘못 봐서 $3 - 2i$, $3 + 2i$ 라는 근을 구했고, 성제는 상수항을 잘못 봐서 $2 - i$, $2 + i$ 라는 근을 구했을 때, $\left| \frac{bc}{a^2} \right|$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

종섭이는 x 의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 참이다.

두 근의 곱 $= \frac{c}{a} = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 4 = 13$

성제는 상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 참이다.

두 근의 합 $= -\frac{b}{a} = 2 - i + 2 + i = 4$

$\therefore \left| \frac{bc}{a^2} \right| = \left| \frac{b}{a} \times \frac{c}{a} \right| = |-4 \times 13| = |-52| = 52$

24. 이차방정식 $x^2 + 2ax + 3b = 0$ 의 한 근이 $3 - ai$ 일 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?(단, $a \neq 0, i = \sqrt{-1}$)

① 12 ② 6 ③ -6 ④ -12 ⑤ -18

해설

이차방정식 $x^2 + 2ax + 3b = 0$ 의 한 근이 복소수 $3 - ai$ 이므로, 다른 한 근은 쥘레근인 $3 + ai$ 이다.

두 근의 합은 $(3 - ai) + (3 + ai) = -2a$ 이므로,
 $-2a = 6 \quad \therefore a = -3$ 이다.

두 근의 곱은 $(3 - ai)(3 + ai) = 3b$ 이므로,
 $9 + a^2 = 3b, 9 + (-3)^2 = 18 = 3b \quad \therefore b = 6$

$\therefore ab = -18$

25. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서 y 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3 이다.