

1. $(x - 2y + 3)(3x + y - 4)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

전개했을 때 xy 항이 나오는 경우만 계산해 보면 $x \times y - 2y \times 3x = -5xy$

2. $(-5x+2y)\left(\frac{1}{2}x-3y\right)=ax^2+ bxy+cy^2$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(-5x+2y)\left(\frac{1}{2}x-3y\right) &= -\frac{5}{2}x^2+16xy-6y^2 \\ &= ax^2+ bxy+cy^2 \text{ 이므로,}\end{aligned}$$

$$a=-\frac{5}{2}, b=16, c=-6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a+b+c=\frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

3. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하면?

① 3

② 5

③ 7

④ -5

⑤ -7

해설

$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$
 $= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\}$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-6)$
 x^2 의 계수를 구해야 하므로, $-6x^2+x^2-2x^2 = -7x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -7 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$
③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$
⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$
④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.

5. 다음 $\square$ 안에 알맞은 식은?

$$\left(-\frac{5b^2}{2a^3}\right)^2 \times \square^3 \div \frac{5}{3}a^2b^7 = -\frac{10}{9}a$$

- ① $-\frac{4}{3}a^3b$ ② $-\frac{2}{3}ab^3$ ③ $-\frac{2}{3}a^3b$
④ $-\frac{4}{3}a^2b^3$ ⑤ $\frac{4}{3}a^2b^3$

해설

$$\begin{aligned}\frac{25b^4}{4a^6} \times \square^3 \times \frac{3}{5a^2b^7} &= -\frac{10}{9}a \text{ 이므로} \\ \square^3 &= -\frac{10}{9}a \times \frac{4a^6}{25b^4} \times \frac{5a^2b^7}{3} \therefore \square = -\frac{2}{3}a^3b \\ &= -\frac{8}{27}a^9b^3 \\ &= \left(-\frac{2}{3}a^3b\right)^3\end{aligned}$$

6. 어떤 다항식 A 에서 $-2x + 3y - 1$ 을 더하였더니 $5x - 2y + 3$ 이 되었다. 다항식 A 는?

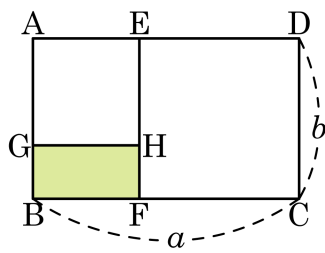
- ① $5x - 2y + 4$ ② $5x + 3y - 1$ ③ $5x - 5y + 4$
④ $7x + 3y + 5$ ⑤ $7x - 5y + 4$

해설

$A + (-2x + 3y - 1) = 5x - 2y + 3$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= (5x - 2y + 3) - (-2x + 3y - 1) \\ &= 5x - 2y + 3 + 2x - 3y + 1 \\ &= 7x - 5y + 4 \end{aligned}$$

7. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\square AGHE$, $\square EFCD$ 는 정사각형이고, $\overline{BC} = a$, $\overline{DC} = b$ 일 때, $\square GBFH$ 의 넓이는?(단, $b < a < 2b$)



① $a^2 - 2b^2$

② $a^2 - 4b^2$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 6ab - 3b^2$

⑤ $-a^2 + 6ab - 2b^2$

해설

$\overline{BF}$ 의 길이는 $a - b$ 이다. $\square AGHE$ 가 정사각형이므로 $\overline{EH}$ 의 길어도 $a - b$ 이다.

따라서 $\overline{HF}$ 의 길이는 $b - (a - b) = 2b - a$ 이다.

색칠한 부분의 넓이는 $(a - b)(-a + 2b) = -a^2 + 3ab - 2b^2$

8. $a = 5, b = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b} \\ &= a + 2b - (4b - a) \\ &= 2a - 2b = 2 \times 5 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 10 + 1 = 11 \end{aligned}$$

9. $5x - 2y = -4x + y - 3$ 일 때, $5x - 2y + 5$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 3$

해설

$5x - 2y = -4x + y - 3$ 을 변형하면

$3y = 9x + 3$, $y = 3x + 1$

$5x - 2y + 5 = 5x - 2(3x + 1) + 5$
 $= 5x - 6x - 2 + 5$
 $= -x + 3$

10. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

11. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

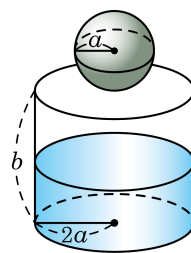
(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$$
 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

13. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a + b &= 15 \end{aligned}$$

14. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5$$

$$\therefore x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17$$

15. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$ ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$ ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$x^2 y^2 z^2 = abc \text{ 이고}$$

$$x^2 = \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

16. $10^n = A$ 라 할 때, $5^n(2^{n+2} + 2^n)$ 을 A 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5A$

해설

$$\begin{aligned} 5^n(2^{n+2} + 2^n) &= 5^n(2^n \times 2^2 + 2^n) \\ &= 5^n(4 \times 2^n + 2^n) \\ &= 5^n(5 \times 2^n) \\ &= 5 \times 2^n \times 5^n \\ &= 5 \times (2 \times 5)^n \\ &= 5 \times 10^n \\ &= 5A \end{aligned}$$

17. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4의 거듭제곱은 4, 6이 반복되며, 7의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, \quad 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.

18. $x^2 = 2$ 일 때, $(x+1)^8(x-1)^{12}$ 을 간단히 하면 $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 1$ 이 된다. 이때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}(x+1)^8(x-1)^{12} &= (x+1)^8(x-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x^2-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x-1)^4 \quad (\because x^2=2)\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}(x-1)^4 &= (x-1)^2(x-1)^2 \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

이고, $A = -4$, $B = 4$, $C = -4$ 이므로

$A + B + C = -4$ 이다.

19. $\frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} = 3$ 일 때, $\frac{4a - 6ab - 4b}{-3a - 8ab + 3b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} = 3, \frac{b-a}{2ab} = 3, b-a = 6ab,$$

$$\frac{4a - 6ab - 4b}{-3a - 8ab + 3b} = \frac{-4(b-a) - 6ab}{3(b-a) - 8ab} \text{ 에 } b-a = 6ab \text{ 를 대입하면,}$$

$$\frac{-4(6ab) - 6ab}{3(6ab) - 8ab} = \frac{-30ab}{10ab} = -3$$

20. $x + y : y + z : z + x = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{23}{6}$

해설

$x + y : y + z : z + x = 3 : 4 : 5$ 에서

$x + y = 3k, y + z = 4k, z + x = 5k$ 라 두면

$2(x + y + z) = 12k, x + y + z = 6k$

따라서 $x = 2k, y = k, z = 3k$

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} &= \frac{2k}{k} + \frac{k}{3k} + \frac{3k}{2k} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{12 + 2 + 9}{6} = \frac{23}{6}\end{aligned}$$