

1. $2^2 = a$ 일 때, 8^4 을 a 에 관한 식으로 나타내면 a^x 이다. x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$8^4 = (2^3)^4 = 2^{12} = (2^2)^6 = a^6$$

$$\therefore x = 6$$

2. $\left(\frac{x^a y^4}{x^2 y^b}\right)^6 = \frac{y^6}{x^6}$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -3

해설

$$\frac{x^{6a}y^{24}}{x^{12}y^{6b}} = \frac{y^6}{x^6}$$

$$\therefore 24 - 6b = 6, 12 - 6a = 6$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$\therefore b - a = 2$$

3. 다음 등식을 만족하는 a, b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$
$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

- ① 11 ② -11 ③ -5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식
: $2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$
두 번째 식
: $(-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$
: $2a - 3b = 8 + 3 = 11$

4. $2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5$ 을 간단히 하면?

- ① 6^8 ② 6^5 ③ 6^{15} ④ 23^{15} ⑤ 23^8

해설

$$2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5 = 2^8 \times 3^8 = 6^8$$

5. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$(\text{준식}) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20$$

6. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 1

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$$

$$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$$

$$a - 2 + 1 = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$b - 2 = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

7. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

- ① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2 \\ &= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2} \\ &= -\frac{8y^7}{x}\end{aligned}$$

8. 유리수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{2b}{a}\right)^2 \approx \pi$ 이다. 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이와 한 변의 길이가 $2kr$ 인 정사각형의 넓이가 같을 때, 유리수 k 를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{b}{a}$

해설

(반지름의 길이가 r 인 원의 넓이) $= \pi r^2$
(한변의 길이가 $2kr$ 인 정사각형의 넓이)

$$= (2kr)^2 = 4k^2 r^2$$

$$\text{따라서 } \pi r^2 = 4k^2 r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 \approx \pi \text{ 이므로}$$

$$\pi r^2 \approx \left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2 r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2 r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 = 4k^2 = (2k)^2$$

$$\frac{2b}{a} = 2k$$

$$\therefore k = \frac{b}{a}$$

9. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

10. $(-3x^2 + y + 4) - (\quad) = 2x^2 - y + 3$ 에서 () 안에 알맞은 식은?

- ① $-5x^2 + 2y + 1$ ② $-5x^2 - 2y - 3$ ③ $x^2 - 7$
④ $5x^2 - 2y - 1$ ⑤ $5x^2 + y + 7$

해설

$$\begin{aligned}(\quad) &= -3x^2 + y + 4 - (2x^2 - y + 3) \\&= -3x^2 + y + 4 - 2x^2 + y - 3 \\&= -5x^2 + 2y + 1\end{aligned}$$

11. $\left(\frac{3}{2}x - \frac{y}{4}\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2 + bxy + \frac{y^2}{16}$ 이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $2(a+b)$ 의 값은?

① -2

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 13

해설

$$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}x \times \frac{y}{4} + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{4}y + \frac{y^2}{16} \text{ 이므로}$$

$$2(a+b) = 2\left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4}\right) = 3$$

12. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 15

④ 17

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^8-1)(x^8+1) \\ &= x^{16}-1 \\ & x^a + b = x^{16}-1 \text{ 이므로 } a=16, b=-1 \\ & \therefore a-b=17 \end{aligned}$$

13. $a^2+3ab+b^2=5, a^2-ab+b^2=1$ 일 때, $\frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab}$ 의 값을 모두 구한 것은?

- ① $\pm\frac{1}{3}$ ② ± 1 ③ $\pm\frac{5}{3}$ ④ $\pm\frac{2}{3}$ ⑤ $\pm\frac{4}{3}$

해설

$$a^2+3ab+b^2=5 \cdots \textcircled{1}$$

$$a^2-ab+b^2=1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \text{ 을 하면 } ab=1 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } a^2+b^2=2 \text{ 이므로 } a+b=\pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab} \\ = & \frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab} = \pm \frac{2}{3} \end{aligned}$$

14. $x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 = x$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 + x^3 + x^2 - x - 2 = 0$ 에서 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + x - 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 ,$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0 ,$$

$x - \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 + t = 0 , t(t+1) = 0 ,$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = -1 \text{ 또는 } 0$$

15. $\frac{8x^2y - 6xy^2}{2xy} + \frac{6x^2y - 12xy^2}{-3xy}$ 를 간단히 하면?

① $x + y$

② $2x + y$

③ $x + 2y$

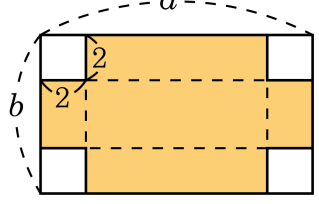
④ $2x + 2y$

⑤ $2x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{8x^2y - 6xy^2}{2xy} + \frac{6x^2y - 12xy^2}{-3xy} \\ &= \frac{8x^2y}{2xy} - \frac{6xy^2}{2xy} + \frac{6x^2y}{-3xy} - \frac{12xy^2}{-3xy} \\ &= 4x - 3y - 2x + 4y = 2x + y \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 가로 길이가 a , 세로 길이가 b 인 직사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 잘라내고 남은 부분으로 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었다. 이 상자의 부피를 V 라 할 때, b 를 a 와 V 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?



- ① $b = \frac{V}{8ab}$

② $b = \frac{V + 32ab}{ab - 32}$
- ③ $b = V + \frac{V}{2a + 8}$

④ $b = \frac{8V}{ab - 32}$

⑤ $b = \frac{V + 8a - 32}{2a - 8}$

해설

$V = (a - 4)(b - 4) \times 2 = 2ab - 8a - 8b + 32$ 이므로
 $b(2a - 8) = V + 8a - 32$
 $\therefore b = \frac{V + 8a - 32}{2a - 8}$

17. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$

② $-\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{3}$

④ $-\frac{16}{3}$

⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

18. $7x - 3y - 2 = 4x - 2y - 5$ 일 때, $4x - \frac{1}{3}y - 7$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x - 8$

해설

$7x - 3y - 2 = 4x - 2y - 5$, $y = 3x + 3$ 를 대입한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4x - \frac{1}{3}(3x + 3) - 7 \\ &= 4x - x - 1 - 7 = 3x - 8\end{aligned}$$

19. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)} = \frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2}$$

에 식 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$

20. 2개의 반으로 구성된 어떤 학교의 2학년 학생들에 대해서 축구와 농구 중에 구기대회에 하고 싶은 운동을 조사했더니 5 : 4의 비율로 조사되었다. 1반에서 축구와 농구의 비가 8 : 7, 2반에서 축구와 농구의 비가 3 : 2이다. 다음 중 축구를 선택한 학생들에 대하여 2학년의 1반과 2반의 학생 비율을 $a : b$ 의 꼴로 나타낸 것은?

- ① 3 : 2 ② 4 : 3 ③ 5 : 4 ④ 9 : 6 ⑤ 16 : 9

해설

1반의 축구와 농구를 선택한 학생들의 비율 (축구):(농구)= 8 : 7

2반의 (축구):(농구)= 3 : 2

2학년 전체의 (축구):(농구)= 5 : 4이므로 $8k + 3k' : 7k + 2k' =$

$$5 : 4, \quad k' = \frac{3}{2}k$$

따라서 1반과 2반의 축구를 선택한 학생 수는 각각 $8k, 3k' =$

$$\frac{3}{2}k \times 3 = \frac{9}{2}k$$

$$\therefore (1\text{반과 } 2\text{반의 축구를 선택한 학생 수의 비}) = 8 : \frac{9}{2} = 16 : 9$$

21. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + \square &= (x - \square)^2 = x^2 - 2\square x + \square^2 \\ -12x &= -2\square x \quad \therefore \square = 6 \\ \therefore x^2 - 12x + 36 &= (x - 6)^2 \end{aligned}$$

22. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + |a - 3| \\ &= a + 1 - a + 3 = 4 \end{aligned}$$

23. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $2x^2 + 3x - 2$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 + 7x + 6$

④ $x^2 + x - 6$

⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

① $(x + 2)(2x - 1)$

② $(x - 2)(x + 2)$

③ $(x + 2)(2x + 3)$

④ $(x - 2)(x + 3)$

⑤ $(x + 2)(3x + 1)$

∴ 공통인 인수 $(x + 2)$ 를 갖지 않는 것은 ④이다.

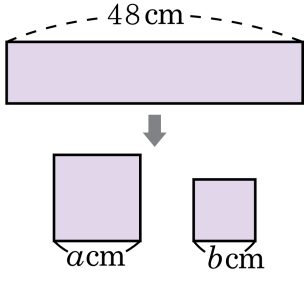
24. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

- ① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
 $(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

25. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 24 cm²

해설

$4a + 4b = 48$ 이므로 $a + b = 12$
또, $a^2 + b^2 = 74$
 $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$
 $74 = 144 - 2ab$
 $ab = 35$
 $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$
 $a - b > 0, a - b = 2$
 $\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2)$

26. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2=(x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2=105+a$$

$$\therefore a=16$$

27. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

① 5

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}(58 - 42)(58 + 42)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10 \end{aligned}$$

28. $x = -3 + \sqrt{5}$, $y = 3 + \sqrt{5}$ 일 때 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y - x &= 3 + \sqrt{5} - (-3 + \sqrt{5}) \\ &= 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy &= (-3 + \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) \\ &= (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) \\ &= 5 - 9 = -4 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y - x}{xy} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

29. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $2\sqrt{3}$

㉡ $3\sqrt{3}$

㉢ $-2\sqrt{3}$

㉣ $-3\sqrt{3}$

㉤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

30. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \\ & b, c \text{ 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.} \\ & \text{따라서 } b^2 + c^2 - a^2 = 0, \quad b^2 + c^2 = a^2 \\ & \angle A \text{ 가 직각인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$