

1.  $x+y+z=1$ ,  $xy+yz+zx=2$ ,  $xyz=3$  일 때,  $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$x+y+z=1 \text{ 에서}$$

$$x+y=1-z$$

$$y+z=1-x$$

$$z+x=1-y$$

$$(x+y)(y+z)(z+x) = (1-z)(1-x)(1-y)$$

$$= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

2. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

①  $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

②  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③  $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤  $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ & x^2-x = Y \text{라 놓자.} \\ & (Y-6)(Y-2) = Y^2 - 8Y + 12 \\ & \quad = (x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12 \\ & \quad = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

3.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

- ①  $2^{32} - 1$                       ②  $2^{32} + 1$                       ③  $2^{31} - 1$   
④  $2^{31} + 1$                       ⑤  $2^{17} - 1$

**해설**

주어진 식에  $(2 - 1) = 1$  을 곱해도 식은 성립하므로  
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$   
 $= \quad \vdots$   
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$   
 $= 2^{32} - 1$

4. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

- ①  $4^3 - 5^3$       ②  $3^3 - 3^4$       ③ 0  
④ 1      ⑤ -1

**해설**

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면  
 $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$   
 $= (A+x^4)^3$   
 $= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$   
 $= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$   
이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로  
두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a-b=0$

5. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21    ② -15    ③ -5    ④ -1    ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$ 항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.  
따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

6. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5      ②  $\sqrt{29}$       ③  $\sqrt{33}$       ④ 6      ⑤  $\sqrt{42}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{세 모서리의 길이를 } a, b, c \text{ 라 하면} \\ & 2(ab + bc + ca) = 52 \\ & 4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9 \\ & (\text{직육면체 대각선의 길이}) \\ & = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ & = \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)} \\ & = \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

7. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

①  $\sqrt{11}$

②  $\sqrt{12}$

③  $\sqrt{13}$

④  $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 :  $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 :  $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 :  $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$   $\therefore d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

8. 세 실수  $a, b, c$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, ab + bc + ca = 1, abc = 1$$

이 때,  $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} a + b + c &= 1 \text{에서} \\ a + b &= 1 - c, b + c = 1 - a, c + a = 1 - b \\ (a + b)(b + c)(c + a) & \\ &= (1 - c)(1 - a)(1 - b) \\ &= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc \\ &= 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

9.  $x+y+z = 4$ ,  $xy+yz+zx = 1$ ,  $xyz = 2$ 일 때,  $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

- ① 16      ② 8      ③ 4      ④ 2      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & (xy+yz)(yz+zx)(zx+xy) \text{을} \\ & xy+yz+zx = 1 \text{을 이용하여 변형하면} \\ & (xy+yz)(yz+zx)(zx+xy) \\ & = (1-zx)(1-xy)(1-yz) \\ & = 1 - (xy+yz+zx) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) - (xyz)^2 \\ & = 1 - (xy+yz+zx) + xyz(x+y+z) - (xyz)^2 \\ & = 1 - 1 + 2 \cdot 4 - 4 \\ & = 4 \end{aligned}$$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} & (x-a)(x-b)(x-c) \\ & = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc \end{aligned}$$

10. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

- i)  $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,  
계수= 2  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에  $x$ 를 곱할 때,  
계수= 1
- ii)  $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수  
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,  
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$   
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$   
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
- i), ii)에서  $2+1+3=6$

11. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$  에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형                      ② 이등변삼각형  
③ 정삼각형                        ④ 직각이등변삼각형  
⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$

$a, b, c$  는 실수이므로,  $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

12.  $x + \frac{1}{x} = 3$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값과  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값을 차례대로 구하면?  
(단,  $x > 0$ )

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

13.  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  이고  $abc = 1$  일 때,  $(a^3 + b^3 + c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

① 1      ② 4      ③ 9      ④ 16      ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ &= (a+b+c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3 \\ &\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ & \frac{1}{2} (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \\ & \therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1 \\ & (a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \end{aligned}$$

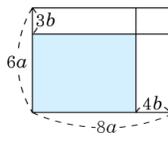
14.  $a + b + c = 7$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 21$ ,  $abc = 8$  일 때,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① 26      ② 48      ③ 84      ④ 96      ⑤ 112

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ 49 &= 21 + 2(ab + bc + ca) \\ \therefore ab + bc + ca &= 14 \\ a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 &= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c) \\ &= (14)^2 - 2(8 \times 7) \\ &= 84\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는?



- ①  $6a^2 - 7ab + 2b^2$                       ②  $36a^2 - 42ab + 12b^2$   
③  $48a^2 - 48ab + 12b^2$                 ④  $12a^2 - 12ab + 3b^2$   
⑤  $48a^2 + 48ab + 12b^2$

해설

$$(6a - 3b)(8a - 4b) = 48a^2 - 48ab + 12b^2$$

16. 다항식  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다.  $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

- ①  $x^4 + 5x^2 + 1$     ②  $x^4 + x^2 - 3$     ③  $x^4 - 5x^2 + 1$   
④  $x^4 + x^2 + 3$     ⑤ 답 없음

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 &= t - 1 \\ \text{주어진 식에 대입하면} \\ f(t) &= (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3 \\ \therefore f(t) &= t^2 + 3t - 1 \\ f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3\end{aligned}$$

17.  $a + b = 1$  이고  $a^2 + b^2 = -1$  일 때,  $a^{2005} + b^{2005}$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$b = 1 - a$  를  $a^2 + b^2$  에 대입하여 정리하면  
 $a^2 - a + 1 = 0$  ( $a + 1$ )( $a^2 - a + 1$ ) = 0  
 $a^3 + 1 = 0$   $\therefore a^3 = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$   
 $a^{2005} + b^{2005} = (a^3)^{668} \cdot a + (b^3)^{668} \cdot b = a + b = 1$

해설

$a^3, b^3$  의 값을 다음과 같이 구해도 된다.  
 $a^2 - a + 1 = 0$  에서  $a^2 = a - 1$   
 $a^3 = a^2 \cdot a = (a - 1) \cdot a = a^2 - a = -1$   
마찬가지 방법으로  $b^3 = -1$