**1.** 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

**2.** $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$ ② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$

$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$

$=(a-b)^2-c^2$

$=a^2+b^2-c^2-2ab$

**3.** 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$을 전개하였을 때, $x^2$의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$에서

ⅰ) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$

ⅱ) (이차항)×(상수항)의 경우 $2\times 5x^2$

즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$

$\therefore$ 19

**4.** $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, $x^2-xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

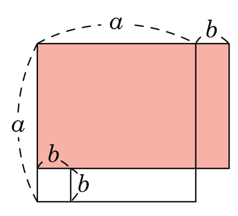
**5.** $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

**6.** 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?




① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

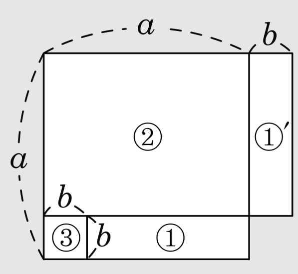
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



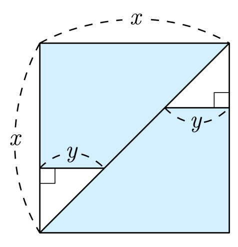

$(a+b)(a-b) =$ ①′ + ②

①′ = ①이므로

$(a+b)(a-b) =$ ① + ② $= a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**7.** 다음 그림은 한변의 길이가 $x$인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 $x$, $y$에 관한 식으로 나타내어라.



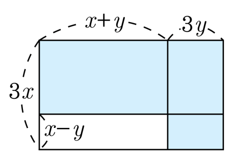

① $xy-y^2$　② $x^2-y^2$　③ $x^2-y$

④ $\dfrac{xy-y^2}{2}$　⑤ $\dfrac{x-y}{2}$

해설

$x^2-2\times\dfrac{1}{2}\times y\times y=x^2-y^2$

**8.** 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, $y^2$ 항의 계수는?

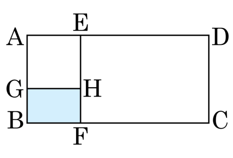



① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

**9.** 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = a$, $\overline{\mathrm{AB}} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?




① $a^2 - 2ab - b^2$　　② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$　　④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

**해설**

$\square\mathrm{GBFH} = \square\mathrm{ABCD} - \square\mathrm{AGHE} - \square\mathrm{EFCD}$

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

**10.** 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

**11.** 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

**12.** $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

**13.** $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개　② 8 개　③ 12 개　④ 13 개　⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$
$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$
$= (4a^2-9b^2)^{12}$
$\therefore\ (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

**14.** $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, $x^2$과 $x^3$의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $1$　④ $2$　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$= x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
($x^2$의 계수)=($x^3$의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

**15.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$=7$

**16.** $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① $a^3+b^3$ ② $a^6+b^6$ ③ $a^6-b^6$
④ $a^9+b^9$ ⑤ $a^9-b^9$

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

**17.** $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수는?

① 0　② 2　③ $-2$　④ 4　⑤ $-4$

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

**18.** $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수가 $-8$ 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① $-6$　　② $-4$　　③ $-2$　　④ $0$　　⑤ $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2 개씩 나온다.

$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

**19.** $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.
$a - b = 2004 - 2001 = 3$
$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

**20.** $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times 2\times 10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times 10^{10}+12\times 10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times 6+10^5\times 12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

**21.** 세 실수 $a, b, c$ 에 대하여 $a+b+c=2,\ a^2+b^2+c^2=6,\ abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=2\times(6-(-1))-3=11$

**22.** $a+b+c=0,\ a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$

$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$

$= 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$

**23.** 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 $a,\ b,\ c$라 하자.

$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{25}=5$

**24.** 세 모서리의 길이의 합이 $22$ 이고 대각선의 길이가 $14$ 인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

**해설**

세 모서리를 $x,\ y,\ z$ 라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots$ ①

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots$ ② 이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$ 이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

**25.** $x^2-x+1=0$일 때, $x^5+\frac{1}{x^5}$의 값은?

① $-2$  ② $-1$  ③ $0$  ④ $1$  ⑤ $2$

해설

$x^2-x+1=0$, 양변에 $x+1$을 곱하면,
$(x+1)(x^2-x+1)=0$
$x^3+1=0$, $x^3=-1$에서 $x^5=x^3\times x^2=-x^2$
$x^5+\frac{1}{x^5}=-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\cdots\cdots$①
$x^2-x+1=0$를 $x$로 나누어 정리한다.
$x+\frac{1}{x}=1$
$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=-1$
① 에 대입하면, $x^5+\frac{1}{x^5}=1$

**26.** $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1} \\
&= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1} \\
&= x+1 \\
&= 2006
\end{aligned}
$$

**27.** 세 변의 길이가 $a$, $b$, $c$인 $\triangle \mathrm{ABC}$에 대하여 $a^2 - ab + b^2 = (a+b-c)c$인 관계가 성립할 때, $\triangle \mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$a^2 - ab + b^2 = (a+b-c)c$에서 $a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

즉, $\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right\} = 0$

$\therefore\ a = b = c$

따라서, $\triangle \mathrm{ABC}$는 정삼각형이다.

**28.** $x^2+\frac{1}{x^2}=14(x>0)$ 일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2$ 이므로

$x+\frac{1}{x}=4\ (\because x>0)$

$x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})^3-3(x+\frac{1}{x})=52$

**29.** 실수 $x$가 $x^2-3x+1=0$을 만족할 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 $x$로 나누면

$x+\frac{1}{x}=3$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=3^3-3\times3=18$$

**30.** 두 실수 $x, y$ 에 대하여 $x^2+y^2=7$ , $x+y=3$ 일 때, $x^5+y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ 에서 $3^2 = 7+2xy$, $xy=1$
$(x+y)^3 = x^3+y^3+3xy(x+y)$ 에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

**31.** $a+b=4$, $a^2+b^2=10$ 일 때, $a^5+b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$a+b=4$ , $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^5+b^5 &= (a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)\\ &= 28\times 10-9\times 4\\ &= 244\end{aligned}$$

**32.** $x^2-x-1=0$일 때, $x^3-\frac{1}{x^3}$의 값과 $y+\frac{1}{y}=1$일 때, $\frac{y^{10}+1}{y^2}$의 값은?

① 4, −1 ② 4, 18 ③ 8, −1 ④ 9, −1 ⑤ 4, 27

해설

(1) $x^2-x-1=0$의 양변을 $x$로 나누면

$x-1-\frac{1}{x}=0$

$\therefore\ x-\frac{1}{x}=1$

$\therefore\ x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3x\cdot\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=1^3+3\cdot1\cdot1=4$

(2) $y+\frac{1}{y}=1$일 때

$y+\frac{1}{y}=1$에서 $\frac{y^2+1}{y}=1$

$\therefore\ y^2-y+1=0\cdots\cdots$㉠

양변에 $(y+1)$을 곱하면 $(y+1)(y^2-y+1)=0$

$y^3+1=0$ $\therefore\ y^3=-1\cdots\cdots$㉡

㉠, ㉡에서

$\frac{y^{10}+1}{y^2}=\frac{(y^3)^3\cdot y+1}{y^2}=\frac{-y+1}{y^2}$

$=\frac{-y^2}{y^2}=-1$

**33.** $a = \sqrt[3]{4}$, $b + c = \sqrt[3]{4}$일 때, $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a = \sqrt[3]{4}$에서 $a^3 = 4 \cdots$ ㉠
$b + c = 3\sqrt{4}$에서 $(b + c)^3 = 4$
즉 $b^3 + c^3 + 3bc(b + c) = 4$
$b + c = a$이므로
$b^3 + c^3 + 3abc = 4 \cdots$ ㉡
㉠ + ㉡을 하면
$a^3 + b^3 + c^3 + 3abc = 4 + 4 = 8$