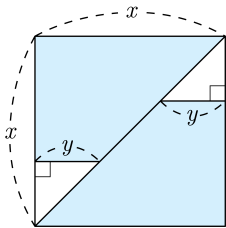


1. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$

② $x^2 - y^2$

③ $x^2 - y$

④ $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

2. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 14

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

3. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

4. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

5. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

6. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② 3

③ -6

④ 6

⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$$\therefore a - 3 = 0, a = 3$$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{에서 } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면

$$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

7. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

8. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

9. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로
두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

10. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

11. x 에 관계없이 $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{x-a}{2x-b} = k \text{라 놓으면,}$$

$$(2k-1)x + (a-bk) = 0$$

$$\therefore 2k-1=0, a=bk \text{이므로}$$

$$k = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

12. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때

$$(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$$

모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로

$$a + b + c = 44$$

따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$ 의 일차항의 계수는?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ -2

해설

$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r$ (a, r 는 상수)라 하면

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$$

$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

14. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

16. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때,
 $xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① R

② aR

③ bR

④ $-\frac{b}{a}R$

⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

18. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x - 2y)(3x + y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x - y + 2)(x - y + 1)$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x + 2y)(3x - y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y - 2)(y + 1)$$

$$= \{2x + (y - 2)\} \{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

19. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

20. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

21. 다음 중 다항식 $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b$

② $b - c$

③ $c - a$

④ $a + b + c$

⑤ $a - b + c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^3(b-c) - a(b^3 - c^3) + bc(b^2 - c^2) \\&= (b-c)\{a^3 - a(b^2 + bc + c^2) + bc(b+c)\} \\&= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2 - ca) - a(c^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b^2 + bc - ac - a^2) \\&= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)\end{aligned}$$

22. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$$

$$= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$$

$$\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$$

23. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

24. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

25. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

26. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면?
(단, $x > 0$)

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

27. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 실수 $a + b + c + p$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ 0

해설

양변에 $x = p$ 를 대입하면

$$p^3 - p^2 + 2 = 0$$

$$(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$$

따라서 주어진 식은

$$x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$$

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $2 = a + b + c$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

해설

$$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

$$\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

양변을 비교하면, $x+1 = x-p$,

$$x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$$

$$\therefore p = -1$$

$$\text{또 } x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$$

$$= ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$$

$$\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$$

$$\therefore b = -4, c = 5$$

따라서 $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

28. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\&= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pq = (-18) \times (-4) = 72$$

29. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.
이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

30. 세 양수 a, b, c 가 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 를 만족시킬 때 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이라고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0 \text{에서}$$

$$a > 0, b > 0, c > 0 \text{이므로 } a + b + c \neq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

$$\therefore a = b = c \quad (\because a, b, c \text{는 실수})$$

따라서 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그

$$\text{넓이가 } \frac{\sqrt{3}}{4} \text{이므로 } \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$a^2 = 1$$

$$\therefore a = b = c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

31. 세 실수 a, b, c 가 $a + b + c = 3$, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $a^3 + b^3 + c^3 = 24$ 를 만족시킬 때, $a^4 + b^4 + c^4 + 1$ 의 값을 구하면?

① 69

② 70

③ 71

④ 72

⑤ 73

해설

$$a + b + c = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 9 \cdots \textcircled{2}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 24 \cdots \textcircled{3} \text{ 이라 하면,}$$

②식에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 9$$

$$9 - 2(ab + bc + ca) = 9$$

$$\therefore ab + bc + ca = 0 \cdots \textcircled{4}$$

③식에서

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$24 = 3 \cdot (9 - 0) + 3abc$$

$$\therefore abc = -1 \cdots \textcircled{5}$$

$$a^4 + b^4 + c^4 + 1$$

$$= (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 1$$

$$= 81 - 2 \cdot 6 + 1 = 70$$

$$(\because a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$$

$$= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= 0 - 2 \times (-1) \times 3$$

$$= 6)$$

32. 다항식 $x^3 - 2x^2 + mx - 4$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫이 $Q(x)$ 이고 몫 $Q(x)$ 를 $x + 1$ 로 나눈 나머지가 -5 이다. 이때, m 의 값을 구하면?

① 6

② 4

③ 0

④ -1

⑤ -6

해설

$$x^3 - 2x^2 + mx - 4 = (x - 1)Q(x) + R \text{이라 하자.}$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } R = m - 5$$

$$x^3 - 2x^2 + mx - 4 = (x - 1)Q(x) + m - 5 \cdots \textcircled{1}$$

$Q(x)$ 를 $x + 1$ 로 나눈 나머지가 -5 이므로

$$Q(-1) = -5$$

①식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-1 - 2 - m - 4 = -2Q(-1) + m - 5$$

$$-2m = 12$$

$$\therefore m = -6$$

해설

조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & m & -4 \\ & & 1 & -1 & m-1 \\ \hline -1 & 1 & -1 & m-1 & m-5 \\ & & -1 & 2 & \\ \hline & 1 & -2 & m+1 & \end{array}$$

$$m + 1 = -5 \therefore m = -6$$

33. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 4$ 로 나눈 나머지는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3$ 에서 $f(x) = x$

즉, $f(x) - x$ 는 $x - 1, x - 2, x - 3$ 을 인수로 한다.

$$f(x) - x = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + x, f(4) = 10$$

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$(i) f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$$

$$(ii) f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$$

$$(iii) f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -6, b = 12, c = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$$

$$\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$$