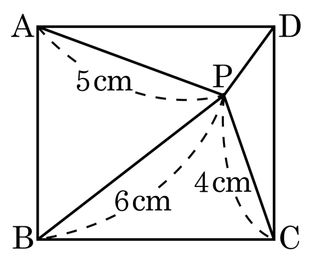
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{AP} = 5\,\text{cm}, \overline{BP} = 6\,\text{cm},\ \overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?

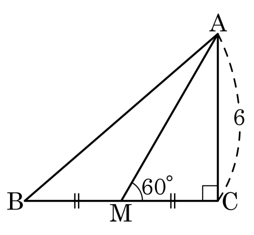


① $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$
④ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{2}$　② $2\sqrt{21}$　③ $3\sqrt{19}$

④ $4\sqrt{17}$　⑤ $12\sqrt{3}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : 6$

$\therefore\ \overline{CM} = 2\sqrt{3}$

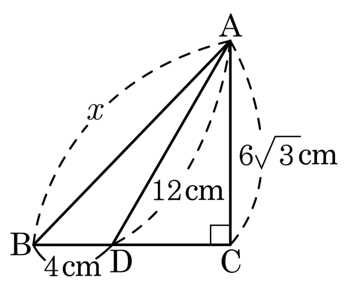
$x = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$

3. 다음 중 원점 $O(0,0)$와의 거리가 가장 먼 점은?

① $A(-1,\ -2)$ ② $B(1,\ -1)$ ③ $C(2,\ 3)$
④ $D(\sqrt{2},\ 1)$ ⑤ $E(-2,\ -1)$

해설
① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 길이를 구하여라.

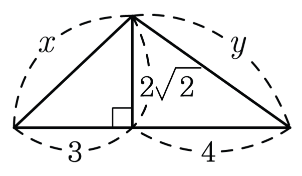


① $\sqrt{13}$cm　② $2\sqrt{13}$cm　③ $3\sqrt{13}$cm
④ $4\sqrt{13}$cm　⑤ $5\sqrt{13}$cm

해설

$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{144 - 108}$
$= \sqrt{36} = 6$ (cm)
$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{100 + 108}$
$= \sqrt{208}$
$= 4\sqrt{13}$(cm)

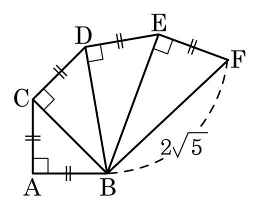
5. 다음 그림에서 x, y 의 값은?



① x : $\sqrt{17}$, y : $\sqrt{6}$
② x : $\sqrt{17}$, y : $2\sqrt{6}$
③ x : $\sqrt{17}$, y : $3\sqrt{2}$
④ x : $3\sqrt{2}$, y : $2\sqrt{6}$
⑤ x : $3\sqrt{2}$, y : $\sqrt{6}$

해설
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2$
$x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{17}$
$y^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$
$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

6. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

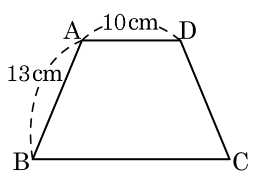
▷ 정답 : 2

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$ 라 두면

$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, $a = 2$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

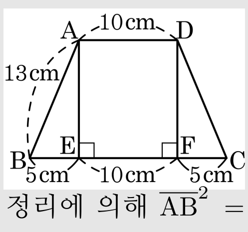


① $120\,\mathrm{cm}^2$ ② $130\,\mathrm{cm}^2$

③ $180\,\mathrm{cm}^2$ ④ $195\,\mathrm{cm}^2$

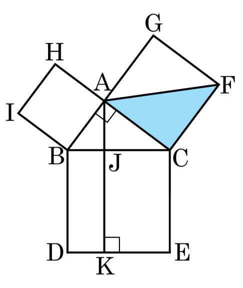
⑤ $200\,\mathrm{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\mathrm{cm}$ 이다.
또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.
그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\mathrm{cm}$ 이다.
이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면
$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. 다음 중 $\triangle ACF$ 와 넓이가 같은 것은 모두 몇 개인가?



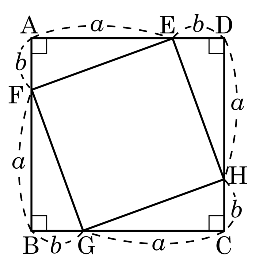
㉠ $\triangle ABC$	㉡ $\triangle BCF$	㉢ $\triangle ACK$
㉣ $\frac{1}{2}\square CEKJ$	㉤ $\triangle ACE$	㉥ $\triangle BCI$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\triangle ACF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\square CEKJ = \triangle ACE$

9. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?

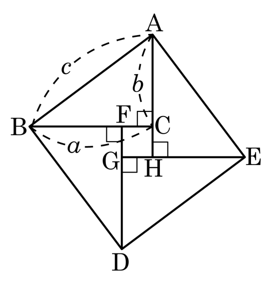


① $\sqrt{29}\,\text{cm}^2$　② $29\,\text{cm}^2$　③ $2\sqrt{30}\,\text{cm}^2$
④ $30\,\text{cm}^2$　⑤ $31\,\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{\text{EF}} = \sqrt{29} = \overline{\text{FG}} = \overline{\text{GH}} = \overline{\text{HE}}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $29\,\text{cm}^2$ 이다.

10. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 만든 정사각형 ABDE이다. □ABDE의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$이고 $a = 8\,\text{cm}$일 때, □FGHC의 넓이는 얼마인가?



① $3\,\text{cm}^2$ ② $4\,\text{cm}^2$ ③ $5\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $7\,\text{cm}^2$

해설

$c^2 = 100\,\text{cm}^2$, $c = 10\,\text{cm}$

$a^2 + b^2 = c^2$, $10^2 = b^2 + 8^2$, $b = 6\ (\text{cm})$

$\overline{\text{FC}} = a - b = 8 - 6 = 2\,\text{cm}$

$\therefore$ □FGHC $= 2^2 = 4\ (\text{cm}^2)$

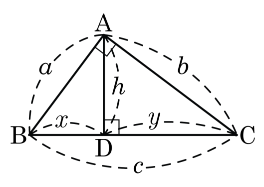
11. 다음은 삼각형의 세 변의 길이이다. 예각삼각형이 아닌 것은?

① 7, 9, 15 ② 10, 11, 5 ③ 6, 7, 9
④ $3\sqrt{2}$, 4, $3\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$, 7, 8

해설

① $15^2 = 225$, $7^2 + 9^2 = 130$, $225 > 130$
$\therefore$ 둔각삼각형

12. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{BAC} = 90°$, $\overline{\mathrm{AD}}\perp\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$

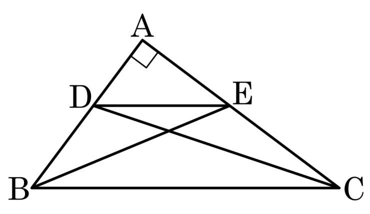
③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 9$, $\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 8$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



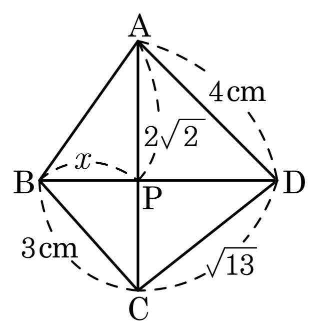
▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ 이므로 $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 100 - 81 = 19$

14. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



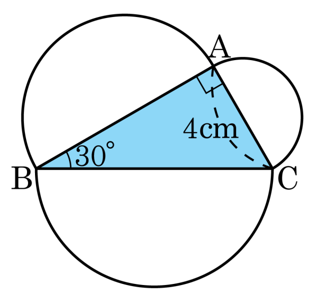
① 1 cm　② 2 cm　③ 3 cm　④ 4 cm　⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2 \qquad \therefore\ x = 2\,\text{cm}$

15. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

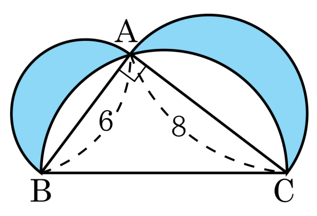
해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 8(\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle$ABC의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4$$

$$= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

16. 다음 그림에서 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

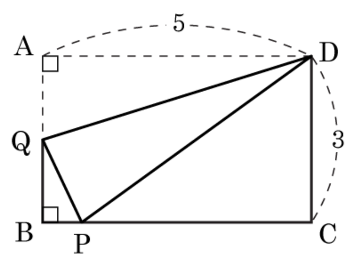
▷ 정답 : 24

해설

어두운 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 와 같으므로

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

17. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $\angle ADQ = \angle PDC$　　② $\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$

③ $\overline{DQ} = 5$　　④ $\angle DQP = 90^{\circ}$

⑤ $\overline{PC} = 3$

해설

$\overline{AD} = \overline{PD} = 5$

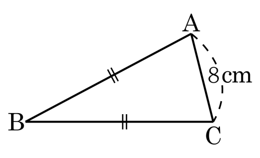
$\overline{PC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\angle ADQ = \angle PDQ$

$\overline{QD}$ 는 공통이므로

$\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$ (SAS 합동) 이다.

18. 다음 그림과 같이 넓이가 $64\,\text{cm}^2$ 인 이등변 삼각형 ABC 에서 $\overline{\text{AC}} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{\text{AB}}$ 의 길이는?



① $12\,\text{cm}$　② $3\sqrt{17}\,\text{cm}$　③ $16\,\text{cm}$　④ $4\sqrt{17}\,\text{cm}$　⑤ $12\sqrt{2}\ \text{cm}$

해설

높이를 h 라고 하면 $\frac{1}{2} \times h \times 8 = 64$

$\therefore\ h = 16\,\text{cm}$

$\overline{\text{AB}} = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}\,\text{cm}$

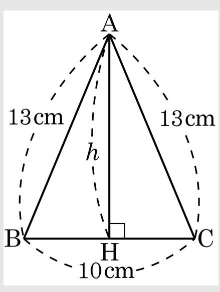
19. 세 변의 길이가 각각 $13\,\mathrm{cm}$, $13\,\mathrm{cm}$, $10\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형의 가장 긴 높이를 구하여라.

▶ 답: ____ cm

▷ 정답: $12\,\mathrm{cm}$

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\mathrm{cm})$



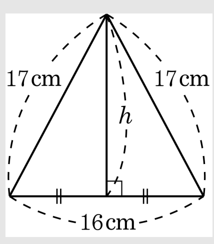
20. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 이등변삼각형의 가장 긴 높이는?

17 cm, 17 cm, 16 cm

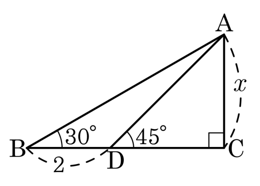
① 5 cm ② 7 cm ③ 9 cm ④ 10 cm ⑤ 15 cm

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\,\text{cm}$



21. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 2$일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $1 + \sqrt{2}$　② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 + \sqrt{3}$　④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $4 + \sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} = x$라 하면

$1 : \sqrt{3} = x : x + 2$

$\sqrt{3}x = x + 2$

$(\sqrt{3} - 1)x = 2$, $x = \dfrac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3 + \sqrt{3}$ 이다.

22. 직선 $y = 3x - 5$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ a)$, $\mathrm{B}(b,\ 4)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{10}$

해설

점 $\mathrm{A}(-2, a)$ 를 대입하면 $a = 3(-2)-5,\ a = -11$ 이고, 점 $\mathrm{B}(b, 4)$ 를 대입하면 $4 = 3b - 5,\ 3b = 9,\ b = 3$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는 $\sqrt{(-2-3)^2 + (-11-4)^2} = 5\sqrt{10}$ 이다.

23. 두 점 A(−3, −5), B(a, 1) 사이의 거리가 $2\sqrt{13}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -7$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-3-a)^2 + (-5-1)^2} = 2\sqrt{13}$ 이므로
$\sqrt{9 + 6a + a^2 + 36} = 2\sqrt{13}$
양변을 제곱하면 $a^2 + 6a + 45 = 52$
$a^2 + 6a - 7 = 0$
$(a-1)(a+7) = 0$
따라서 $a = 1$ 또는 $a = -7$ 이다.

24. 두 점 $A(-2,\ 3)$, $B(x,\ 4)$ 에서 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 가 될 수 있는 x의 값은? (단, 점 B 는 제1 분면 위의 점이다.)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(-2-x)^2+(3-4)^2} = \sqrt{17}$

$\sqrt{4+4x+x^2+1} = \sqrt{17}$

$x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$

$\therefore\ x=2\ (\because\ x>0)$

25. 두 점 $A(3, 2a+4), B(a-2, 4)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1 \pm 2\sqrt{3}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(a-2-3)^2 + (4-2a-4)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (-2a)^2} = 4\sqrt{5}$

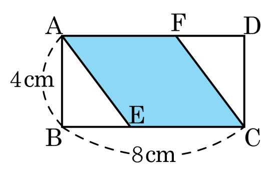
$a^2 - 10a + 25 + 4a^2 = 80$

$5a^2 - 10a - 55 = 0$

$a^2 - 2a - 11 = 0$

$\therefore a = 1 \pm \sqrt{1+11} = 1 \pm 2\sqrt{3}$

26. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

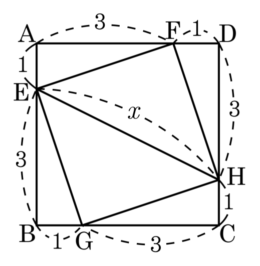
해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8-x)^2 \quad \therefore \; x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

27. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$　　② $2\sqrt{3}$　　③ 4

④ $2\sqrt{5}$　　⑤ $3\sqrt{5}$

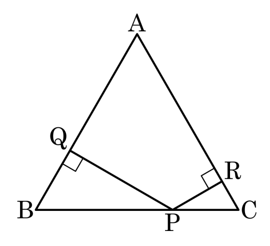
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{\mathrm{FE}} = \overline{\mathrm{FH}} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

28. 다음 그림의 정삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 2 cm 이고 점 P 는 변 BC 위의 임의의 점이다. 점 P 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, $(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}})^2$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2 = \sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{ACP}$

$\sqrt{3} = \frac{1}{2}\times 2\times\overline{\mathrm{PQ}} + \frac{1}{2}\times 2\times\overline{\mathrm{PR}}$, $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}} = \sqrt{3}$

$\therefore\ (\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}})^2 = 3$

29. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

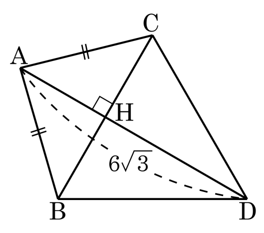
① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$

해설

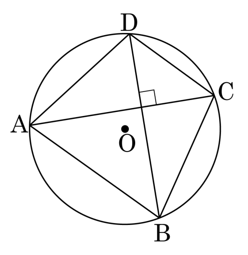
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

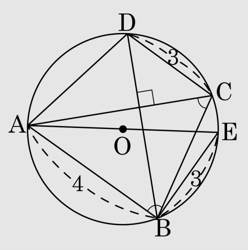


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ cm^2

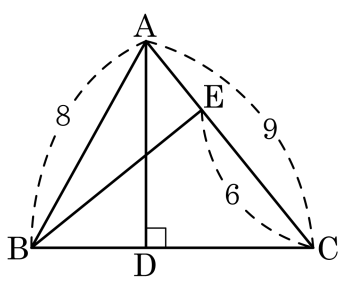
해설

점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로
$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$
$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$
$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$
따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로
원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{91}$

해설

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AE}^2 = 8^2 - 3^2 = 55 \therefore \overline{BE} = \sqrt{55}$
$\triangle BCE$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CE}^2 = 55 + 36 = 91 \therefore \overline{BC} = \sqrt{91}$