

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면

$$a = 2, b = -1, c = 2$$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$

$x = 1$ 대입, $c = 2$

$x = -1$ 대입, $b = -1$

$$\therefore a + b + c = 3$$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$

② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$

④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$$f(1) = 0,$$

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉠에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(\text{㉠}) = 0$$

$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉠은 $x - 1$

4. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

$$\text{㉠ } 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$\text{㉡ } x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\text{㉢ } 2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$$

$$\text{㉣ } x^2 - x + 2 = 0$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

5. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$

③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.

② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.

④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.

⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \leq 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \leq 0$$

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \leq 0$ 위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가

$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$ 을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

6. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$b - a = 6$$

7. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $=$ $(x^3$ 의 계수) $=0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

따라서 $a = -2, b = 1$

$$\therefore a + b = -1$$

8. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

9. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

10. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

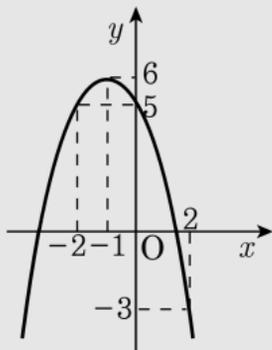
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



11. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$\text{제 1 식에서 } (x-1)(x+1)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 1, -1, -3$$

$$\text{제 2 식에서 } (x-1)(x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 1, -1, -2$$

$$\text{제 3 식에서 } (x-1)^2(x-2) = 0$$

$$\therefore 1, 2$$

$$\therefore \text{공통근} : x = 1$$

12. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서 $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉠}$ 에서 $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉡}$ 에서 $x = 2$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉢}$ 에서 $y = 3$

13. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$$a < 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉡을 정리하면 $b = -2a \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a), \quad -ax < -10a$$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

14. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$x^2-x = Y$ 라 놓자.

$$(Y-6)(Y-2) = Y^2 - 8Y + 12$$

$$= (x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12$$

$$= x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x + 3$

② $3x - 4$

③ $4x - 5$

④ $5x + 6$

⑤ $6x - 7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

16. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서 y 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3 이다.

17.
$$\begin{cases} (x-4)(x-2) \geq 0 \\ x^2 - x - 12 < 0 \end{cases}$$
 을 만족하는 해의 범위가

$a < x \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$(x-4)(x-2) \geq 0, x \leq 2, x \geq 4$$

$$(x+3)(x-4) < 0, -3 < x < 4$$



$$\therefore -3 < x \leq 2$$

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

18. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\ &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2-16+a \end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

19. 복소수 z 에 대하여 $f(z) = z\bar{z}$ (\bar{z} 는 z 의 켈레복소수)라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (w 는 복소수)

보기

- ㉠ $f(z) \geq 0$
 ㉡ $f(z+w) = f(z) + f(w)$
 ㉢ $f(zw) = f(z)f(w)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉢

해설

㉠ $z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면

$$f(z) = z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \geq 0$$

㉡ $f(z+w) = (z+w) \cdot (\overline{z+w}) = (z+w) \cdot (\bar{z} + \bar{w})$

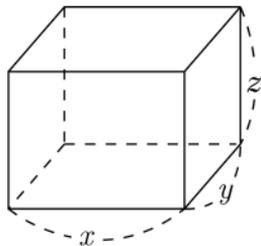
$$= z\bar{z} + z\bar{w} + w\bar{z} + w\bar{w}$$

$$\neq z\bar{z} + w\bar{w} = f(z) + f(w)$$

㉢ $f(zw) = zw \cdot (\overline{zw}) = zw \cdot \bar{z} \bar{w}$

$$= z\bar{z} \cdot w\bar{w} = f(z)f(w)$$

20. 다음 그림과 같이 가로 길이, 세로 길이, 높이가 x , y , z 인 직육면체의 12 개의 모서리의 길이가 평균이 8, 표준편차가 2 이다. 이 때, 6 개면의 넓이의 평균은?



- ① 53 ② 56 ③ 59
 ④ 62 ⑤ 65

해설

$$\frac{4(x + y + z)}{12} = 8 \Rightarrow x + y + z = 24$$

$$\frac{4(x^2 + y^2 + z^2)}{12} - 8^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 204$$

$$xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = 186$$

$$\frac{2(xy + yz + zx)}{6} = \frac{xy + yz + zx}{3} = \frac{186}{3} = 62$$