

1. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times$ 3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

2. 다음 연립방정식의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3 \text{ 을 하면 } -x + 3y = -5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2 \text{ 를 하면 } 5x - 3y = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{㉣} + \textcircled{㉤} \text{ 을 하면 } 4x = 8 \quad \therefore x = 2$$

$$x = 2 \text{ 를 } \textcircled{㉣} \text{ 에 대입하면 } -2 + 3y = -5 \quad \therefore y = -1$$

$$\text{또, } x = 2, y = -1 \text{ 을 } \textcircled{㉢} \text{ 에 대입하면}$$

$$2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$$

$$\therefore z = 1$$

$$\therefore x = 2, y = -1, z = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$$

3. 연립방정식
$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \dots\dots\textcircled{\text{㉠}} \\ 2y + 3z = -2 & \dots\dots\textcircled{\text{㉡}} \\ 3z + x = -5 & \dots\dots\textcircled{\text{㉢}} \end{cases}$$
 를 풀면 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$

이다.

이때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면

$$2(x + 2y + 3z) = -2, \text{ 즉 } x + 2y + 3z = -1 \quad \dots\dots\textcircled{\text{㉤}}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} - \textcircled{\text{㉡}} \text{을 하면 } x = 1$$

$$\textcircled{\text{㉤}} - \textcircled{\text{㉢}} \text{을 하면 } y = 2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} - \textcircled{\text{㉠}} \text{을 하면 } z = -2$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = xyz = -4$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} px + y = 1 \\ x + py = 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때의 p 값으로 알맞은 것은?

① -1

② 1

③ 2

④ $\frac{1}{2}$

⑤ -2

해설

$ax + by = c$, $dx + ey = f$ 일때,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ 이면 해가 없음,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 이면 해가 무수히 많다.

$$p = \frac{1}{p} \neq 1$$

$$\therefore p = -1$$

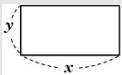
5. 가로,의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로,의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

9. 두 방정식 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$, $x^2 + kx - 2k = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 근을 α 라 하면

$$\alpha^2 - (k+2)\alpha + 2k = 0$$

$$\alpha^2 + k\alpha - 2k = 0$$

두 식을 더하면

$$2\alpha^2 - 2\alpha = 0, \quad \alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = 0 \text{ 이면 } k = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ 이면 } k = 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} : x^2 - (k+2)x + 2k = 0 \text{에서 } (x-k)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{\text{㉡}} : x^2 + kx - 2k = 0$$

i) $x = k$ 가 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 해일 때

$$k^2 + k^2 - 2k = 0,$$

$$k^2 - k = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 0$$

ii) $x = 2$ 가 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 해일 때

$$4 + 2k - 2k = 0, \quad 4 = 0 \text{ 성립하지 않는다.}$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

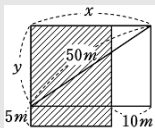
10. 대각선의 길이가 50m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 세로를 5m 늘리고, 가로를 10m 줄이면 넓이가 50m^2 만큼 늘어난다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

▶ 답 : m

▷ 정답 : 48m

해설

처음 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x\text{m}$, $y\text{m}$ 라 하면



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50^2 \cdots \textcircled{㉠} \\ (x - 10)(y + 5) = xy + 50 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 정리하면 $5x - 10y = 100$

$$\therefore x = 2y + 20 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢을 ㉠에 대입하면

$$(2y + 20)^2 + y^2 = 50^2$$

$$y^2 + 16y - 420 = 0$$

$$(y - 14)(y + 30) = 0$$

$$\therefore y = 14, -30$$

그런데 $0 < y < 50$ 이므로 $y = 14$

이것을 ㉢에 대입하면 $x = 48$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은?

① ± 1

② ± 3

③ ± 5

④ ± 7

⑤ ± 9

해설

$$\begin{cases} 2x + y = k & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = k - 2x$ 를 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, k^2 = 25$$

$$\therefore k \pm 5$$

12. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 6 = 0$ 의 두 근이 정수일 때, 정수 a 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -1, -3

④ 1, 3

⑤ -3, 1

해설

정수근을 가지려면 일단은 $D \geq 0$ 이어야 하므로 $D/4 = (a+2)^2 - 2a^2 - 6 \geq 0$ 에서 $2 - \sqrt{2} \leq a \leq 2 + \sqrt{2} \dots \textcircled{1}$

그런데 a 는 정수이므로 $\textcircled{1}$ 에서 $a = 1, 2, 3$

i) $a = 1$ 일 때 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근은

$x = 2, 4$ (조건을 만족)

ii) $a = 2$ 일 때 $x^2 - 8x + 14 = 0$ 의 두 근은

$x = 4 \pm \sqrt{2}$ (조건에 위배)

iii) $a = 3$ 일 때 $x^2 - 10x + 24 = 0$ 의 두 근은

$x = 4, 6$ (조건을 만족)

i), ii), iii)에서 $a = 1, 3$

14. 다음 방정식을 만족하는 양의 정수 x, y 의 값이 아닌 것은?

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$ 의 양변에 xy 를 곱하면

$$2y + 3x = xy, \quad xy - 3x - 2y = 0$$

$$\therefore (x-2)(y-3) = 6$$

이 때, x, y 는 양의 정수이므로

$x-2 \geq -1, y-3 \geq -2$ 인 정수이다.

따라서, $x-1, y-3$ 의 값은 다음 표와 같다.

$x-2$	1	2	3	6
$y-3$	6	3	2	1

그러므로 구하는 x, y 의 값은 $\begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수 일 때, 상수 k 의 값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자

$$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = k + 3 \rightarrow \alpha + \beta + 3 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 3$$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 4$ α, β 는 정수이므로

$$1 \times 4 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 5, \quad k = 7$$

$$2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 3, \quad k = 6$$

$$-1 \times -4 \Rightarrow \alpha = 0, \beta = -3, \quad k = -3$$

$$-2 \times -2 \Rightarrow \alpha = -1, \beta = -1, \quad k = -2$$

$$\therefore 7 + 6 - 3 - 2 = 8$$