

1. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

2. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

① $2^2 \times 3 \times 7$

② $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③ $5 \times 7 \times 11$

④ 13^2

⑤ 2^{10}

해설

① 12 개

② 16 개

③ 8 개

④ 3 개

⑤ 11 개

3. $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{9}{8}\right) \times \square = -2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$$\square = (-2) \times \left(-\frac{9}{8}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -3$$

4. a 가 음수일 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?

① a^2

② $-a^3$

③ $\left(\frac{1}{a}\right)^4$

④ $\left(\frac{1}{a}\right)^5$

⑤ a^{100}

해설

$a < 0$ 일 때

① $a^2 > 0$

② $a^3 < 0$ 이므로 $-a^3 > 0$

③ $a^4 > 0$ 이므로 $\left(\frac{1}{a}\right)^4 > 0$

④ $\frac{1}{a} < 0$ 이므로 $\left(\frac{1}{a}\right)^5 < 0$

⑤ $a^{100} > 0$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

6. 초콜릿 18 개와 젤리 24 개를 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다.

몇 명의 학생들에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 6명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 18 과 24 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 학생들에게 나누어 준다고 하였으므로 18 과 24 의 최대공약수이어야 한다

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 24} \\ 3 \overline{) \quad 9 \quad 12} \\ \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

7. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$6 \times x = 2 \times 3 \times x$$

$$6 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1}$$

$$24 \times x = 216$$

$$x = 216 \div 24 = 9$$

8. 세 자연수 2, 5, 8 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하면?

① 2

② 16

③ 21

④ 41

⑤ 80

해설

구하는 수는 (2, 5, 8 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다. 2, 5, 8 의 최소공배수는 40 이다.

$$\therefore 40 + 1 = 41$$

9. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$ 라 하면

a 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

10. 2.3 보다 -1.7 작은 수를 a , 4.7 보다 -1.2 큰 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

① -1

② -0.5

③ 0

④ 0.5

⑤ 1

해설

$$2.3 - (-1.7) = a \therefore a = 4$$

$$4.7 + (-1.2) = b \therefore b = 3.5$$

$$\therefore a - b = 4 - 3.5 = 0.5$$

11. 세 수 a, b, c 에 대하여 $a \times b = 5$, $a \times (b + c) = 3$ 일 때, $a \times c$ 의 값은?

- ① 2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{3}{5}$ ④ -2 ⑤ -8

해설

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c = 3,$$

$$5 + a \times c = 3$$

$$\therefore a \times c = -2$$

12. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

13. $2 < \left| \frac{x}{3} \right| \leq 7$ 인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$2 < \left| \frac{x}{3} \right| \leq 7, \quad 6 < |x| \leq 21$$

$6 < |x| \leq 21$ 인 정수는

$-21, -20, \dots, -7, 7, 8, \dots, 21$

$$\therefore (21 - 7 + 1) \times 2 = 30$$

14. 수직선에서 -4 에 대응하는 점을 A, 6 에 대응하는 점을 B, -3 에 대응하는 점을 C, 2 에 대응하는 점을 D 라 하고, 점A와 점B의 중점을 M, 점C와 점 D의 중점을 N이라고 할 때, 점 M 과 N사이의 거리를 구하면?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$M = \frac{-4 + 6}{2} = 1, N = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

따라서 M 과 N 사이의 거리는

$$1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

15. 다음을 계산하여 그 값이 큰 것부터 차례로 나열하면?

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51}$$

$$\text{㉣. } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-6^2) \times (-1)$$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉣, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

④ ㉣, ㉢, ㉠, ㉡

⑤ ㉣, ㉢, ㉡, ㉠

해설

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5 = \frac{1}{8} \times (-1) = -\frac{1}{8}$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{9} \times (-16) \times \frac{1}{4} = -\frac{4}{9}$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51} = \frac{9}{16} \times (-8) \times (-1) = \frac{9}{2}$$

$$\text{㉣. } \frac{4}{9} \times (-36) \times (-1) = 16$$

16. 두 유리수 a, b 에 대하여
 $a \circ b =$ (수직선 위의 두 수 a, b 로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수)

로 정의할 때, $\frac{1}{2} \circ \left(\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} \right)$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{7}{24}$

③ $\frac{11}{36}$

④ $\frac{19}{48}$

⑤ $\frac{23}{60}$

해설

$$\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{1}{2} \circ \frac{7}{24} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{7}{24}}{2} = \frac{19}{48} \text{ 이다.}$$

17. 90보다 작은 자연수 x 에 대하여, x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수는 $17k + k = 18k$ 로 쓸 수 있다.

따라서 90보다 작은 수 중 18의 배수가 되는 수는 18, 36, 54, 72이다.

$$\therefore n(B) = 4$$

18. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는

$(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) + 1 = 3이 되어야 한다.

그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

19. 다음 $\square$ 안에 들어갈 수를 구하여라.

$$1 - \frac{\frac{1}{2}}{2 + \frac{\frac{4}{9}}{7 - \square}} = 10$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{9}{11}$

해설

$$1 - \frac{\frac{1}{2}}{2 + \frac{\frac{4}{9}}{7 - \square}} = 10, 1 - \frac{\frac{2}{4}}{2 + \frac{\frac{4}{9}}{7 - \square}} = \frac{1}{10}, \frac{\frac{2}{4}}{2 + \frac{\frac{4}{9}}{7 - \square}} =$$

$$\frac{9}{10}, 2 + \frac{\frac{4}{9}}{7 - \square} = \frac{20}{9}$$

$$\frac{\frac{4}{9}}{7 - \square} = \frac{2}{9}, 7 - \frac{9}{\square} = 18, \frac{9}{\square} = -11$$

$$\therefore \square = -\frac{9}{11}$$

20. $|a| \leq 8$, $|b| \leq 8$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a > b$, $\frac{a}{b} < 0$ 이다. $a - b = 8$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 m , $ab = -15$ 를 만족하는 a 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $|m - M|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a > b$, $\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$a - b = 8$ 를 만족하는 a, b 의 값을 구해 보면
 $(a, b) = (7, -1), (6, -2), (5, -3), (4, -4), (3, -5),$
 $(2, -6), (1, -7)$ 이다.

따라서 b 의 최솟값은 -7 이고, $ab = -15$ 를 만족하는 a 의 최댓값은 5 이다.

$$\therefore |m - M| = |-7 - 5| = 12$$