

1. 다음 수 중에서 유리수는 몇 개인가?

0.373737 0 π 2.4174 1.2345678... 1000

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

0.3737 , 0 , 2.4174 , 1000

$\therefore$ 4개

2. 자연수 a 에 대하여 분수 $\frac{7}{18a}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$\frac{7}{18a}$ 가 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 36 이 되어야 한다.

$$\frac{7}{18a} = \frac{7}{36} = 0.19\dot{4}$$

따라서 a 의 최솟값은 2

3. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $0.\dot{7} = \frac{7}{10}$

② $1.\dot{3}\dot{2} = \frac{131}{99}$

③ $3.\dot{4} = \frac{34}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \frac{13}{30}$

⑤ $2.35\dot{4} = \frac{2211}{990}$

해설

① $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

② $1.\dot{3}\dot{2} = \frac{131}{99}$

③ $3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

⑤ $2.35\dot{4} = \frac{2354 - 235}{900} = \frac{2119}{900}$

4. 다음 보기의 수를 작은 수부터 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ 0.072

㉡ 0.07 $\dot{2}$

㉢ 0.0 $\dot{7}2$

㉣ 0. $\dot{0}7\dot{2}$

① ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢

② ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣

③ ㉡ → ㉠ → ㉢ → ㉣

④ ㉢ → ㉣ → ㉡ → ㉠

⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 0.072

㉡ 0.072222...

㉢ 0.0727272...

㉣ 0.072072...

이므로 ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢이다.

5. 다음은 분수 $\frac{11}{20}$ 을 소수로 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^{\text{㉠}} \times 5} = \frac{11 \times \text{㉡}}{2^2 \times 5 \times \text{㉢}} = \frac{55}{\text{㉣}} = \text{㉤}$$

① ㉠ 2

② ㉡ 5

③ ㉢ 5^2

④ ㉣ 100

⑤ ㉤ 0.55

해설

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^2 \times 5} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{55}{100} = 0.55 \text{에서}$$

③ ㉢에 알맞은 수는 5이다.

6. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{1}{256}$

㉡ $-3.141592 \dots$

㉢ $0.3151515 \dots$

㉣ $\frac{6}{36}$

㉤ $-\frac{555}{50}$

㉥ $\frac{17}{2 \times 5 \times 7}$

㉦ $\frac{21}{2 \times 5 \times 7}$

㉧ $-\frac{99}{2 \times 3^2 \times 11}$

① ㉠, ㉢

② ㉦, ㉧

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉤, ㉥, ㉧

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

㉠ 유한소수

㉡ 순환하지 않는 무한소수

㉢ 순환소수

㉣ 순환소수

㉤ 유한소수

㉥ 순환소수

㉦ 유한소수

㉧ 유한소수

7. 다음 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a , b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = \frac{3}{90} = 0.03333\ldots$$

$$\frac{7}{9} = 0.7777\ldots$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

8. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}\dot{2}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

9. 음이 아닌 한 자리의 정수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $\frac{13}{7} = a_1 + \frac{a_2}{10} + \frac{a_3}{10^2} + \dots + \frac{a_n}{10^{n-1}} + \dots$ 일 때, $a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$\frac{13}{7} = 1.857142\bar{}$ 이므로 $a_1 = 1$ 이고 $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 은 순서대로 소수점 아래 순환마디 8, 5, 7, 1, 4, 2 이다.

따라서 $a_4 = a_{10} = a_{16} = \dots = a_{64} = 7$ 이고, $64 = 6 \times 11 - 2$ 이므로

$$a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64} = 7 \times 11 = 77$$

10. 순환소수 $x = 1.1\dot{2}5\dot{7}$ 을 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 계산식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 100x$

해설

$$\begin{array}{r} 10000x = 11257.257257\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 11.257257\cdots \\ \hline 9990x = 11246 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{11246}{9990} = \frac{5623}{4995}$$

11. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

12. x 가 $1 < x \leq 20$ 인 자연수일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 x 의 값이 합은?

① 60

② 62

③ 65

④ 68

⑤ 70

해설

x 가 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20일 때, $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 된다.

13. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{10}$

해설

$$x = \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{x} = 9$$

$$(\text{준식}) = 1 + \frac{1}{1 + 9} = \frac{11}{10}$$

14. $x = 3.4\dot{5}\dot{2}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

① 3413

② 3414

③ 3415

④ 3417

⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

15. $0.\dot{x}$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45} \quad \therefore a = 5$$

$$\therefore a - b = 4$$

16. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 2자리

해설

$$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$$

17. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$xy = -1 \text{ 이면 } \frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n - 1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

18. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은?

① 41

② 51

③ 61

④ 71

⑤ 81

해설

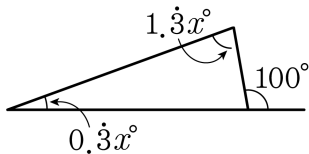
$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

19. 다음 삼각형에서 x 의 값은?



① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.3x^\circ + 1.3x^\circ = 100^\circ$ 가 된다.

$$0.3x + 1.3x = \frac{3}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = 100^\circ$$

$$\frac{15}{9}x^\circ = 100, 15x^\circ = 900^\circ$$

$$\therefore x = 60$$

20. $x = 100.\dot{9}\dot{9}$ 일 때, $x \times \frac{10^3 - 1}{101}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 999

해설

$$x = \frac{10099 - 100}{99} = \frac{9999}{99} = 101$$

$$x \times \left(\frac{10^3 - 1}{101} \right) = 101 \times \frac{999}{101} = 999$$