

1. $\left(\frac{a^3b^\Delta}{a^\Delta b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$ 일 때, Δ 안에 공통으로 들어가는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{a^3b^\Delta}{a^\Delta b^4}\right)^3 = \frac{b^3}{a^6}$$

$$\text{i) } 9 - 3\Delta = -6$$

$$\therefore \Delta = 5$$

$$\text{ii) } 3\Delta - 12 = 3$$

$$\therefore \Delta = 5$$

2. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 4^{2x-1} 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $8a$

② $2a^2$

③ $4a^2$

④ $2a^4$

⑤ $4a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{2x-1} &= 2^{2(2x-1)} = 2^{4x-2} \\ 2^{4x-4} \times 2^2 &= 2^{4(x-1)} \times 2^2 \\ &= 4 \times (2^{x-1})^4 \\ &= 4 \times a^4 \\ &= 4a^4 \end{aligned}$$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $a \div (b \times c) = \frac{ab}{c}$

③ $a \div b \times c = \frac{b}{ac}$

⑤ $a \div b \div c = \frac{ac}{b}$

② $a \times (b \div c) = \frac{a}{bc}$

④ $a \div (b \div c) = \frac{ac}{b}$

해설

① $a \div (b \times c) = a \div bc = \frac{a}{bc}$

② $a \times (b \div c) = a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$

③ $a \div b \times c = \frac{a}{b} \times c = \frac{ac}{b}$

④ $a \div (b \div c) = a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$

⑤ $a \div b \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

4. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

- ① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2 \\ &= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2} \\ &= -\frac{8y^7}{x}\end{aligned}$$

5. 다음 안에 알맞은 말을 차례로 나열한 것은?

단항식과 다항식의 곱을 풀어서 하나의 다항식으로 나타내는 것을 (이)라고 하고, 전개해서 얻은 다항식을 이라 한다.

- ① 이항, 이항식 ② 결합, 등식 ③ 혼합, 전개식
- ④ 전개, 전개식 ⑤ 전개, 다항식

해설

단항식과 다항식의 곱을 풀어서 하나의 다항식으로 나타내는 것을 전개라고 하고, 전개해서 얻은 다항식을 전개식이라 한다.

6. 세 모서리의 길이가 각각 $x+1$, $2x+1$, $2x-1$ 인 직육면체의 겉넓이를 나타낸 식은?

① $16x^2 + 8x - 2$

② $16x^2 + 8x + 2$

③ $16x^2 - 12x + 4$

④ $16x^2 + 12x - 4$

⑤ $16x^2 - 8x + 8$

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times \{(x+1)(2x+1) + (2x+1)(2x-1) + (2x-1)(x+1)\} \\ &= 2(8x^2 + 4x - 1) \\ &= 16x^2 + 8x - 2 \end{aligned}$$

7. $(-24xy^2) \div 12xy \times \square = -8x^2y$ 이다. 이 때 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-4x^2$ ② $4x^2$ ③ $-4xy$ ④ $4xy$ ⑤ $-6x$

해설

$$\frac{-24xy^2}{12xy} \times \square = -8x^2y \text{ 에서}$$

$$-2y \times \square = -8x^2y$$

$$\square = \frac{-8x^2y}{-2y}$$

$$\therefore \square = 4x^2$$

8. $A = x - y$, $B = -2x + 3y$ 일 때, $2A - \{B + 3(A - B)\}$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면, $ax + by$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = x - y$, $B = -2x + 3y$ 을
식 $2A - \{B + 3(A - B)\}$ 에 대입하면
 $2A - \{B + 3(A - B)\}$
 $= 2A - B - 3A + 3B$
 $= -A + 2B$
 $= -(x - y) + 2(-2x + 3y)$
 $= -5x + 7y$
 $a = -5$, $b = 7$
 $\therefore a + b = (-5) + 7 = 2$

9. $2x+3y=3(x-1)+5y$ 일 때, $xy+y-3$ 을 y 에 관한 식을 나타내면?

- ① $2y^2-4y-3$ ② $2y^2+4y+3$ ③ $2y^2+4y-3$
④ $-2y^2+4y+3$ ⑤ $-2y^2+4y-3$

해설

$2x+3y=3x-3+5y$ 를 x 로 정리하면 $x=-2y+3$

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} xy+y-3 &= (-2y+3)y+y-3 \\ &= -2y^2+4y-3 \end{aligned}$$

10. 다음 연립 방정식을 풀면?

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 2 \\ 0.2x - 0.1y = 1.2 \end{cases}$$

① $x = -3, y = 15$

② $x = 2, y = -8$

③ $x = 4, y = -4$

④ $x = 6, y = 0$

⑤ $x = 8, y = 4$

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 30 \cdots \textcircled{A} \\ 2x - y = 12 \cdots \textcircled{B} \end{cases} \quad \text{에서 } \textcircled{B} \text{에 } \times 3 \text{을 하면}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 30 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases} \quad \text{을 연립하여 풀면}$$

$$\therefore x = 6, y = 0$$

11. 다음 연립방정식의 해는?

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

① $x = -1, y = 2$

② $x = 3, y = 2$

③ $x = 2, y = 1$

④ 해가 무수히 많다.

⑤ 해가 없다.

해설

첫 번째 식에서 $x = 3 - 2y$ 를 구할 수 있고, 이 식을 두 번째 식에 대입하면, $0 \cdot y = 0$ 이 되므로 해는 무수히 많다. $x + 2y = 3$ 의 양변에 2를 곱하면 $2x + 4y = 6$ 이 되어 두 식이 똑같아진다. 따라서 $x + 2y = 3$ 을 만족하는 모든 (x, y) 가 연립방정식의 해가 되므로 해는 무수히 많다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = 2(1 - y) \\ ax - 6y = b \end{cases}$ 의 해가 없을 조건을 구하여라.

① $a = -18, b \neq -12$

② $a = -16, b \neq -10$

③ $a = -14, b \neq -8$

④ $a = -12, b \neq -6$

⑤ $a = -10, b \neq -4$

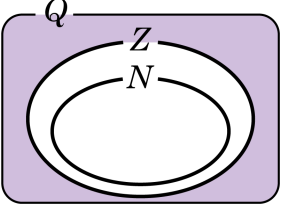
해설

$$\begin{cases} 3x - y = 2(1 - y) \\ ax - 6y = b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 2 \\ ax - 6y = b \end{cases} \text{ 가 해가 없기 위한 조}$$

건은 $\frac{3}{a} = \frac{1}{-6} \neq \frac{2}{b}$ 이다.

$$\therefore a = -18, b \neq -12$$

13. 자연수, 정수, 유리수의 집합을 각각 N , Z , Q 라 할 때, 다음 중 색칠한 부분에 알맞은 수를 모두 찾으면?



- ① 3
- ② -4
- ③ $\frac{12}{6}$
- ④ $\frac{3}{5}$
- ⑤ 0.25

해설

색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수
① 양의 정수
② 음의 정수
③ $\frac{12}{6} = 2$ 이므로 양의 정수
④, ⑤ : 정수가 아닌 유리수

14. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\dot{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

15. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $0.\dot{4}\dot{0} = \frac{4}{9}$

② $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{62}{45}$

③ $0.2\dot{7} = \frac{25}{99}$

④ $2.\dot{4} = \frac{11}{45}$

⑤ $0.2\dot{3} = \frac{7}{30}$

해설

① $0.\dot{4}\dot{0} = \frac{40}{99}$

② $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{125-1}{99} = \frac{124}{99}$

③ $0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90}$

④ $2.\dot{4} = \frac{24-2}{9} = \frac{22}{9}$

⑤ $0.2\dot{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

16. 방정식 $0.02x \times 0.03 = 0.1$ 의 해를 구하면?

① 131

② 132

③ 133

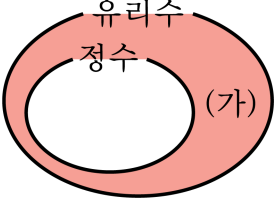
④ 134

⑤ 135

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{90}x \times \frac{3}{90} &= \frac{1}{10} \\ \frac{2}{90}x &= \frac{1}{10} \times \frac{90}{3} \\ \therefore x &= 3 \times \frac{90}{2} = 135\end{aligned}$$

17. 다음 중 (가)에 해당하지 않는 것을 모두 고르면?



- ① $-\frac{9}{2}$
- ② 0.23452731...
- ③ 0.141414...
- ④ $\frac{13}{7}$
- ⑤ π

해설

- (가) 정수가 아닌 유리수
① 정수가 아닌 유리수
② 유리수가 아닌 수
③ 정수가 아닌 유리수
④ 정수가 아닌 유리수
⑤ 유리수가 아닌 수

18. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

19. 세로의 길이가 $(2ab^2)^2$ 인 직사각형의 넓이가 $(4a^2b^3)^3$ 일 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① $8a^2b^4$

② $8a^3b^4$

③ $16a^4b^5$

④ $20a^3b^4$

⑤ $24a^4b^5$

해설

$$(2ab^2)^2 \times (\text{가로의 길이}) = (4a^2b^3)^3 \text{ 이므로}$$

$$(\text{가로의 길이}) = 64a^6b^9 \times \frac{1}{4a^2b^4} = 16a^4b^5$$

20. $(a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \div \frac{2}{5}b$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{11}{6}a - \frac{13}{4}b$ ② $-\frac{11}{6}a + \frac{3}{4}b$ ③ $\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$
④ $-\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$ ⑤ $\frac{11}{6}a - \frac{4}{3}b$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \div \frac{2}{5}b \\ &= (a^2 - 3ab) \times \frac{2}{3a} - \left(ab - \frac{b^2}{2}\right) \times \frac{5}{2b} \\ &= \frac{2}{3}a - 2b - \frac{5}{2}a + \frac{5}{4}b \\ &= \frac{8a - 24b - 30a + 15b}{12} \\ &= \frac{-22a - 9b}{12} \\ &= -\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b \end{aligned}$$

21. $x = \frac{4}{9}$ 일 때, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{a}{b}$ 에서 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 14

해설

$x = \frac{4}{9}$ 이고

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1} = \frac{a}{b} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{-1}{x-1} = \frac{-1}{-\frac{5}{9}} = \frac{9}{5}$$

$\therefore a + b = 5 + 9 = 14$ 이다.

22. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $x+3y = 15$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

일 차 방 정 식 을 만 족 하 는 해 의 순 서 쌍 은 $(3, 4), (6, 3), (9, 2), (12, 1)$ 이므로 해의 개수는 4(개)이다.

23. 일차방정식 $ax+y-4=0$ 의 한 해가 $(1, 1)$ 이고 또 다른 해가 $(b, -2)$ 일 때, a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$ax + y - 4 = 0$ 에 $(1, 1)$ 을 대입하면

$$a + 1 - 4 = 0$$

$$a = 3$$

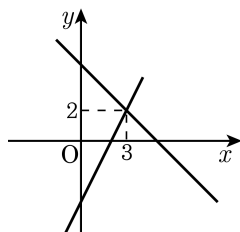
그러므로 $3x + y - 4 = 0$

$(b, -2)$ 를 대입하면

$$3b - 2 - 4 = 0$$

$$b = 2$$

24. 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = 4 \\ 3x + by = 15 \end{cases}$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$ax - y = 4$ 에 $(3, 2)$ 를 대입하면
 $3a - 2 = 4 \therefore a = 2$
 $3x + by = 15$ 에 $(3, 2)$ 를 대입하면
 $9 + 2b = 15, \therefore b = 3$
 $\therefore a + b = 2 + 3 = 5$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-2y=a+5 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 2 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 2y$ 이므로 $x + 2y = 8$ 에 대입하면
 $2y + 2y = 8$
 $4y = 8$
 $y = 2$
 x 의 값이 y 의 값의 2 배이므로 $x = 4$
(4, 2)를 $3x - 2y = a + 5$ 에 대입하면
 $3 \times 4 - 2 \times 2 = a + 5$
 $8 = a + 5$
 $\therefore a = 3$

26. 세 일차방정식 $2x - y = 0$, $ax + y - 15 = 0$, $3x + y = 15$ 가 서로 같은 해를 가질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2x - y = 0 \\ +) \quad 3x + y = 15 \\ \hline 5x = 15 \end{array}$$

$x = 3$ 을 $2x - y = 0$ 에 대입하면

$$6 - y = 0, y = 6$$

$\therefore$ 해는 $(3, 6)$

$(3, 6)$ 을 $ax + y - 15 = 0$ 에 대입하면

$$3a + 6 - 15 = 0 \therefore a = 3$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} ax = 3y + 8 & \cdots \textcircled{A} \\ 3x + by = -1 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$ 의 해를 구하는데 A 는 $\textcircled{A}$ 식의 a

를 잘못 보고 풀어 해가 $x = -3, y = 4$ 가 나왔고, B 는 $\textcircled{B}$ 식의 b 를 잘못 보고 풀어 해가 $x = 7, y = 2$ 가 나왔다. 연립방정식의 바른 근을 구하면?

- ① $x = 1, y = 2$ ② $x = -1, y = -2$
 ③ $x = -2, y = -1$ ④ $x = 1, y = -2$
 ⑤ $x = 2, y = 1$

해설

$x = -3, y = 4$ 를 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $-9 + 4b = -1$
 $\therefore b = 2$
 $x = 7, y = 2$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $7a = 6 + 8$
 $\therefore a = 2$
 a, b 값을 대입하고 두 식 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하면
 $x = 1, y = -2$ 가 나온다.

28. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + ay = 3 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$\frac{2}{1} = \frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 하므로 $2a = 1, a = \frac{1}{2}$

29. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

30. $\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 를 소수로 나타내면 무한소수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하여라.
(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 23개

해설

$\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 에서 분모에 2나 5이외의 수가 존재하면 되므로 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하면 23개이다.

31. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a + b + 10b + a}{99} = \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

32. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

33. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

34. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{ 를 } b \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 를 } a \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

35. 다음 보기에서 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 어떤 x 의 값에 대해서도 y 의 값을 구할 수 있다.
- ㉡ 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많다.
- ㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.
- ㉤ 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 을 직선의 방정식이라고 한다.
- ㉥ 직선 위에 있는 점의 좌표인 순서쌍 (x, y) 중에는 주어진 일차방정식의 해가 아닌 것도 있다.
- ㉦ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉢, ㉥, ㉦

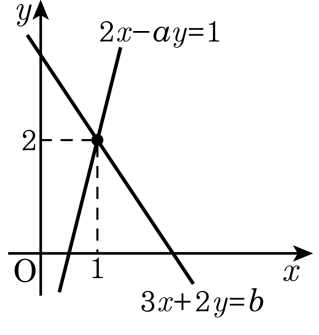
④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉥ 직선 위의 모든 점들의 순서쌍 (x, y) 는 일차방정식의 해이다.

36. x, y 에 대한 두 일차방정식 $2x - ay = 1$, $3x + 2y = b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x - ay = 1 \\ 3x + 2y = b \end{cases}$ 의 해가 $(1, 2)$ 이므로,

각 방정식에 $x = 1, y = 2$ 를 대입하면 $\begin{cases} 2 - 2a = 1 \\ 3 + 4 = b \end{cases}$ 이다.

$a = \frac{1}{2}, b = 7$ 이므로, $a + b = \frac{15}{2}$ 이다.

37. $a + b = 1$, $ab = -2$ 일 때, $a^{12} + b^{12}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4097

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = 25 - 8 = 17$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{12} + b^{12} &= (a^4 + b^4)^3 - 3a^4b^4(a^4 + b^4) \\ &= 17^3 - 3(-2)^4 \times 17 \\ &= 4913 - 816 = 4097\end{aligned}$$

38. $a^2 + \frac{ab}{2} + b^2 = 10$, $a^2 - \frac{ab}{2} + b^2 = 8$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$a^2 + \frac{ab}{2} + b^2 = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a^2 - \frac{ab}{2} + b^2 = 8 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$2a^2 + 2b^2 = 18$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$\frac{2ab}{2} = 2, \quad ab = 2$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 9 - 4 = 5$$

39. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{8^x}{2^{x+y}} = 4$, $\frac{3^{x+y}}{9^y} = 27$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 4$

해설

$$\frac{(2^3)^x}{2^{x+y}} = 2^{3x-(x+y)} = 4 = 2^2$$

$$\therefore 2x - y = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{3^{x+y}}{(3^2)^y} = 3^{(x+y)-2y} = 27 = 3^3$$

$$\therefore x - y = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } x = -1$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } -1 + y = 3, \quad \therefore y = -4$$

$$\therefore xy = (-1) \times (-4) = 4$$

40. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-1} = 6 \end{cases}$ 의 해가

$x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{1}{x+1} = X, \frac{1}{y-1} = Y \text{라 하면}$$

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 2 \cdots \textcircled{A} \\ 2X - 3Y = 6 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 하면

$$4X = 8 \text{에서 } X = 2, Y = -\frac{2}{3}$$

$$X = \frac{1}{x+1} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{x+1} = 2, x+1 = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

$$Y = \frac{1}{y-1} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{y-1} = -\frac{2}{3}, 2(y-1) = -3, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a - b = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$