1. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$ ② 5×7^2 ③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$ ⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore$ $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수 : $3^2 \times 5^2$

2. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① $1, 2, 4, 8, 16$
② $4, 16, 64, \cdots$
③ $16, 32, 48$
④ $4, 8, 16, 32, \cdots$
⑤ $16, 32, 48, 64, \cdots$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16 의 배수이다.

3. 두 자연수 $15\times x$, $21\times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15\times x = 3\times5\times x$, $21\times x = 3\times7\times x$ 의 최소공배수는 $3\times5\times7\times x = 210$

따라서 $x = 2$ 이다.

4. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90

② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180

③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180

④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90

⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$\begin{array}{l} 45 = 3^2 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \underline{90 = 2 \times 3^2 \times 5} \\ 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

최대공약수 : $3 \times 5 = 15$

최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

5. 다음 보기 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ 소수는 약수의 개수가 2 개뿐이다.
㉡ 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
㉢ 2 는 모든 짝수의 약수이다.
㉣ 102 와 187 은 서로소이다.
㉤ 소수에는 짝수가 없다.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 2 개

해설

㉣ 102 와 187 의 최대공약수가 17 이므로 서로소가 아니다.
㉤ 소수에는 짝수인 2 가 있다.

6. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 4개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)이다.
따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4개이다.

7. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

8. 가로의 길이가 15, 세로의 길이가 21, 높이가 6인 상자를 $x$cm인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가?

① 40개　② 50개　③ 60개　④ 70개　⑤ 80개

해설

15, 21, 6의 최대공약수를 구하면 3이다.
따라서 필요한 벽돌의 개수는
$(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70$(개)이다.

9. 어떤 역에는 각각 40 분, 1 시간 5 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 7 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 7 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 7 시와 오후 7 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라고 할 때, $A+B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 40 와 65 의 공배수이므로
$40=2^3\times5$, $65=5\times13$ 의
최소공배수는 $2^3\times5\times13=520$ (분) 이다.
따라서 오전 7 시와 오후 7 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은
오전 7 시+520 분= 오후 3 시 40 분
오후 3 시 40 분 +8시 40분 = 오전 12 시 20 분
오전 7 시와 오후 7 시 사이에 두 열차가 동시에 출발하는 시각은 오후 3 시 40 분이다.
$\therefore 43$

10. 두께가 각각 $8\,\mathrm{cm}, 6\,\mathrm{cm}$ 인 두 종류의 책 A, B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면?

① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권
② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권
③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권
④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권
⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8 과 6 의 최소공배수인 24 이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm 가 된다.
이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권) 이다.
즉, 두께가 8cm 인 책 A 는 3 권, 두께가 6cm 인 책 B 는 4 권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 8 & 6 \\ \hline & 4 & 3 \end{array}$$

11. 어떤 수를 15, 24로 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

15, 24로 나누면 모두 2가 남는 수 중 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15 의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

12. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
$a = 3^2 = 9$

13. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 16은 a, b의 공약수이다.

㉡ 1, 2, 36은 a, b의 공약수이다.

㉢ a, b의 공약수는 모두 10개이다.

㉣ a, b의 공약수는 모두 72의 약수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
㉠. 16은 a, b의 공약수가 아니다.
㉢. a, b의 공약수는 9개이다.

14. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로
$a = 4x$, $b = 4y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
즉, (x , y)는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b)는
$(4, 24), (8, 12)$ 이다.
따라서 2 개이다.

15. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: __________ 개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
$33 + 25 - 8 = 50$개
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는
$100 - 50 = 50$개

16. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A+B$ 를 계산하여라.

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
$A=18$, $B=5$ 이므로
$A+B=23$ 이다.

17. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
(2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
(3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.
(2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
$168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.
(3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.
$15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.
$\therefore n$ 중 가장 작은 수$=2^4 \times 3 \times 5 = 240$

18. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m 인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : __________ 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8 이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.

$\therefore$ (필요한 말뚝의 수)

$= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$

$= 11 + 12 + 15$

$= 38$(개)

19. 어떤 수 a로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b로 같을 때, a, b의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$214, 916, 151, 448$을 a로 나눈 몫을
Q_1, Q_2, Q_3, Q_4라 할 때
$214 = aQ_1 - b$,
$916 = aQ_2 - b$,
$151 = aQ_3 - b$,
$448 = aQ_4 - b$이다.
$214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3)$이므로
63은 a로 나누어 떨어진다.
마찬가지의 방법으로 두 수의 차
$916 - 214,\ 448 - 214, \cdots$는 a로 나누어 떨어진다.
$63, 234, 297, 468, 702, 765$의 최대공약수는 9이므로
가능한 a는 $3, 9$이다. $a = 3$일 때, $b = 1$
$a = 9$일 때, $b = 7$
(a, b)의 순서쌍은 $(3, 1), (9, 7)$로 2개이다.

20. $(x-a):(y-b)=x:y$ 이고, $a:b=1:2$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 50 인 두 자리 자연수 $x,\ y$ 를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=25$

▷ 정답: $y=50$

해설

$(x-a):(y-b)=x:y$
$\rightarrow x\times(y-b)=y\times(x-a)$
$\rightarrow b\times x=a\times y$,
$a:b=1:2$
$\rightarrow b=2a$
따라서, $2x=y$ 이고 $50=2\times5^2$ 이므로
$x=25, y=50$ 이다.