

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\},$

$\{2, 3\}, \{2, 4\},$

$\{3, 4\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는

$3 + 2 + 1 = 6$ (개) 이다.

2. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 32 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$2^n = 32 \therefore n = 5$$

3. 2의 배수의 집합을 A , 3의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $2 \in A, 1 \in B$

② $3 \in A, 3 \notin B$

③ $5 \notin A, 5 \in B$

④ $6 \in A, 6 \in B$

⑤ $9 \notin A, 9 \notin B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, 8, ... 이고
집합 B 의 원소는 3, 6, 9, 12, ... 이다.
따라서 $6 \in A, 6 \in B$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$

⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $n(A) = 1$

③ $3 - 2 = 1$

④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분 집합 중에서 원소 1 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 8개 ② 12개 ③ 16개 ④ 20개 ⑤ 24개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

원소 1 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 1, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

원소 1 또는 6 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

6. 두 집합 $A = \{2, 5, a + 3\}$, $B = \{b - 3, 5, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = B$ 이므로 $a + 3 = 9$, $b - 3 = 2$

따라서 $a = 6$, $b = 5$

$\therefore a + b = 11$

7. 두 집합 A, B 에 대해 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cup B) \subset A$

④ $(A \cap B) \subset B$

⑤ $A = \{0\}$ 일 때, $n(A) = 0$

해설

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

③ $(A \cup B) \supset A$

⑤ $n(A) = 1$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30$, $n(A \cup B) = 56$, $n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$56 = 30 + n(B) - 12$$

$$n(B) = 38$$

9. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 45\text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$A \cap B = \{3, 9, 15, 45\}$$

10. 두 집합 $A = \{3, 5, a + 1\}$,
 $B = \{8, a + 4, 2 \times a + 1, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{8\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{3, 5, 7, 9\}$

② $\{3, 4, 5, 7\}$

③ $\{3, 5, 8, 11\}$

④ $\{3, 5, 11, 15, 16\}$

⑤ $\{3, 5, 8, 11, 15\}$

해설

$A \cap B = \{8\}$ 이므로 $a + 1 = 8, a = 7$ 이다.

따라서 $A = \{3, 5, 8\}, B = \{8, 11, 15, 16\}$ 이므로

$(A - B) \cup (B - A) = \{3, 5\} \cup \{11, 15, 16\} = \{3, 5, 11, 15, 16\}$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 4, a^2 + 2a\}$, $B = \{a + 2, a^2, 2a - 3\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, $B - A$ 를 구하면 ?

① $\{-1\}$

② $\{2\}$

③ $\{-1, 2\}$

④ $\{9\}$

⑤ $\{-2, 2, 9\}$

해설

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로

$$a^2 + 2a = 3, a^2 + 2a - 3 = 0, a = -3 \text{ or } 1$$

(i) $a = -3$ 일 때 $B = \{-9, -1, 9\}$ 로 성립하지 않는다.

(ii) $a = 1$ 일 때 $B = \{-1, 1, 3\}$

$$\therefore B - A = \{-1\}$$

12. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

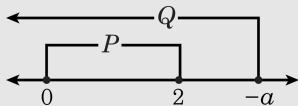
13. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 하려면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

14. 다음 명제 중 그 대우가 참인 것을 모두 고르면?

- ① 마름모이면 정사각형이다.
- ② $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ③ $A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다
- ④ $ab = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.
- ⑤ $x - 1 = 0$ 이면 $x^2 - 1 = 0$ 이다.

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이므로 참인 명제를 고르면 된다.

- ① (반례) $\square ABCD$ 에서 네 변의 길이가 같고 $\angle A = \angle C = 100^\circ$, $\angle B = \angle D = 80^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 는 마름모이지만 정사각형이 아니므로 거짓이다.
- ② (반례) $a = -3, b = 1$ 일 때, $a < b$ 이지만 $|a| > |b|$ 이므로 거짓이다.
- ④ (반례) $a = 0, b = 1$ 일 때, $ab = 0$ 이지만 $a^2 + b^2 \neq 0$ 이므로 거짓이다.

15. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P = \{a^2, 1\}$, $Q = \{a, 1\}$ 이다. p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ -1 또는 0

⑤ 0 또는 1

해설

p 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로

$$P = Q$$

$$\{a^2, 1\} = \{a, 1\}$$

$$a^2 = a \text{ 또는 } a^2 = 1$$

$$a = 0, 1 \text{ 또는 } a = -1, 1$$

이 때, $a = -1$ 이면 $\{1, 1\} = \{-1, 1\}$ 이 되어 모순이므로 a 는 0 또는 1이다.

16. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{1, a, 2 + a, 8, 8a\}$ 에서 $A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?(단, a 는 자연수이다.)

① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$

③ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 20\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 32\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 24, 32\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

$A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 이므로 $4 \in B$, $8 \in B$, $16 \in B$ 이다.

이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a < 2 + a < 8a$ 이다.

따라서 $8a \neq 4$, $8a \neq 8$ 이다.

$$8a = 16 \quad \therefore a = 2$$

$$B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$$

17. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모두 실수 x 에 대하여 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 을 만족시킨다. 두 집합 $A = \{x | f(x) = 0\}$, $B = \{x | g(x) = 0\}$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① A와 B는 모두 무한집합
- ② A와 B는 모두 유한집합
- ③ A가 유한집합이면 B는 무한집합
- ④ A가 무한집합이면 B는 유한집합
- ⑤ A가 무한집합이면 B는 무한집합

해설

$f(x) \cdot g(x) = 0 \leftrightarrow f(x) = 0$ 또는 $g(x) = 0$ 이므로 $A \cup B$ 는 무한집합

$\therefore$ A가 유한집합이면 B는 반드시 무한집합

18. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$

② $p \Rightarrow \sim r$

③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$

⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$

$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$

$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

19. 이차함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에서 $X = \{n | 1 \leq n \leq 100, n \text{은 정수}\}$,
 $Y = \{y | y = f(n), n \in X\}$ 이고 집합 Y 의 원소가 3의 배수일 때
 $n(X \cap Y^c)$ 값을 구하면?

① 60

② 86

③ 98

④ 102

⑤ 126

해설

$$f(n) = n^2 + n - 2 = (n+2)(n-1)$$

$n+2$ 와 $n-1$ 의 차이가 3이므로 $n+2$ 가 3의 배수이면 당연히
 $n-1$ 도 3의 배수가 된 $n+2 = 3k, n = 3k-2$

$$n = 1 \text{일 때 : } f(1) = 0$$

$$n = 4 \text{일 때 : } f(4) = 18$$

$$n = 7 \text{일 때 : } f(7) = 54$$

$$n = 10 \text{일 때 : } f(10) = 108 \cdots \text{에서}$$

$$X = \{1, 2, 3, \cdots, 100\}, X \cap Y = \{18, 54\}$$

$$n(X \cap Y^c) = n(X - Y) = 98$$

20. 집합 $N = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A_2 \subset A_4$
 ㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$
 ㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$
 ㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$
 ㉤ $n(A_4) > n(A_2)$
 ㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

해설

$$\text{㉠ } A_2 \subset A_4 \rightarrow A_4 \subset A_2$$

$$\text{㉡ } A_3 \subset A_4 = A_{12} \rightarrow \text{옳다.}$$

$$\text{㉢ } A_4 \cup A_6 \subset A_2 \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이고 } A_6 \subset A_2 \text{ 이므로 옳다.}$$

$$\text{㉣ } (A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \rightarrow A_6 \cup A_{12} = A_6 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉤ } n(A_4) > n(A_2) \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉥ } A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \rightarrow 3 \text{ 의 배수에서 } 4 \text{ 의 배수인 것을 제외한 집합은, } 3 \text{ 의 배수에서 } 12 \text{ 의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.}$$