

1. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A , B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$
 $-10 = 2B \quad \therefore B = -5$
또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$
 $-2 = 2A \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A = -1, B = -5$
 $\therefore A + B = -6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
 $4x - 6 = (A - B)x + A + B$
 $\therefore A + B = -6$

3. 등식 $(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의해서 $a + 3b = 7$, $a - 2b = -3$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 1 - 2 = -1$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

5. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ P $(3, 0)$

6. 두 점 A(2, 0), B(-2, 4) 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표를 구하면?

- ① (2, 2) ② (0, 2) ③ (4, 4) ④ (0, 0) ⑤ (4, 1)

해설

$$\overline{AB} \text{ 의 중점은 } \left(\frac{2 + (-2)}{2}, \frac{0 + 4}{2} \right) = (0, 2)$$

7. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

8. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 : $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

9. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

10. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\sqrt{5}$ ③ 0 ④ ± 5 ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \\ z &= \bar{z} \text{ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.} \\ \therefore a &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

11. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m+2=0 \quad \therefore m=2$

$m=2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x=2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

12. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

13. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

- ① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면
 y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.
 $\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \cdots \cdots \textcircled{A}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$
 $\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$
 $b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$
 $\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C}$ 에서 $b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$
 $\therefore b = -1, 7$
이때, $\textcircled{B}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2, b = 7$ 이면 $a = 10$
 $\therefore r = 2$ 또는 10
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

14. 직선 $y = -2x + a$ 가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는 선분의 길이를 최대로 하는 a 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

직선 $y = -2x + a$ 가 원의 중심 (2, 1)을 지날 때, 잘린 선분의 길이가 최대이므로

$$a = 2 \times 2 + 1 = 5$$

15. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

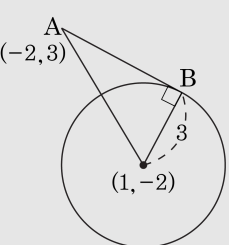
▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



16. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

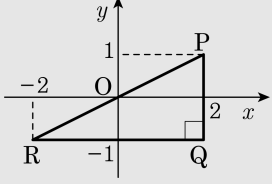
17. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한
점 Q 는 Q (2, -1)
또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)
따라서, 다음 그림에서 세 점
P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을
꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$



18. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

19. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

20. $x^2 = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1}$ 의 값은?

㉠ $8 - 6\sqrt{2}$

㉡ $8 - 4\sqrt{2}$

㉢ $5 - 6\sqrt{2}$

㉣ $5 - 4\sqrt{2}$

㉤ $3 - 6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1} &= \frac{x^4(x - 1) - 3(x - 1)}{x - 1} \\ &= \frac{(x^4 - 3)(x - 1)}{x - 1} \\ &= x^4 - 3 \\ &= (3 - \sqrt{2})^2 - 3 \\ &= 11 - 6\sqrt{2} - 3 = 8 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

21. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼, 평행이동하면 직선 $4x - 3y - 4 = 0$ 에 접한다고 할 때 b 의 값은?(단, $b > 0$)

- ㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ $\frac{2}{3}$ ㉢ 1 ㉣ $\frac{4}{3}$ ㉤ $\frac{5}{3}$

해설

y 축 방향으로 b 이동시키면
 $x^2 + (y - b)^2 = 1$ 이 된다.
이 원과 $4x - 3y - 4 = 0$ 이 접하므로,
원 중심과 직선 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|-3 \times b - 4|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1$$

$$\Rightarrow |-3b - 4| = 5$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{3} \quad (\because b > 0)$$

22. 좌표평면 위에 점 A(0, -6), B(6, 0) 가 있을 때, 다음 점 중 부등식 $|2y| < |x|$ 의 영역 안에 있는 것은?
- ① $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분한 점 ② $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 외분한 점
③ $\overline{AB}$ 를 1 : 2 로 외분한 점 ④ $\overline{AB}$ 를 1 : 5 로 내분한 점
⑤ $\overline{AB}$ 를 5 : 1 로 내분한 점

해설

내분점, 외분점 공식에 따라

① 은 $\left(\frac{2 \cdot 6 + 11 \cdot 0}{2 + 1}, \frac{2 \cdot 0 + 11 \cdot (-6)}{2 + 1}\right) =$

$\left(\frac{12}{3}, \frac{-6}{3}\right) = (4, -2)$

같은 방법으로

② 는 (12, 6), ③ 은 (-6, -12),

④ 는 (1, -5), ⑤ 는 (5, -1) 이다.

$|2 \cdot (-1)| = 2 < |5| = 5$

부등식 $|2y| < |x|$ 을 만족시키는 것은 ⑤ 이다.

23. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $x^{100}-1=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{100}(x-1)^{100}$ 이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2^m+k$ 이다. $m+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98

해설

$x=0$ 을 대입하면

$$a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{100}=-1\cdots\textcircled{1}$$

$x=2$ 를 대입하면

$$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=2^{100}-1\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2}: 2(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100})=2^{100}-2$$

$$\therefore a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2^{99}-1$$

$$\therefore m=99, k=-1 \text{ 이므로 } m+k=98$$

24. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x_1 y_1 > 0$ 이고 넓이는 $\frac{25}{2x_1 y_1}$ 이므로

$x_1 y_1$ 이 최대가 될 때 넓이는 최소가 된다.

그런데 $x_1^2 + y_1^2 = 5$ 이고 $x_1 > 0, y_1 > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \geq \sqrt{x_1^2 \cdot y_1^2} = x_1 y_1, x_1 y_1 \leq \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{x_1 y_1} \geq \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{25}{2x_1 y_1} \geq \frac{25}{2} \cdot \frac{2}{5} = 5 \text{ (단, 등호는 } x_1 = y_1 \text{ 일 때 성립)}$$

따라서, 구하는 넓이의 최솟값은 5

25. 연립부등식 $0 \leq y \leq x$, $y \leq -x + 2$ 를 만족하는 x, y 의 값에 대하여 $y - x^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때 $M \times m$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = x \cdots \textcircled{1}$
 $y = -x + 2 \cdots \textcircled{2}$
 $y - x^2 = k$ 라 두면 $y = x$ 에 접할때가
최대가 되고
 $P(2, 0)$ 를 지날 때 최소가 된다.
 $\therefore x^2 - x + k = 0$ 의 $D = 1 - 4k = 0$
 $\therefore k = \frac{1}{4}$ (최댓값)
 $\therefore m = -4, M = \frac{1}{4}$
 $\therefore M \times m = -1$