

1. 수열 $\log 3, \log 9, \log 27, \dots$ 의 제 101 항은?

① $10 \log 3$

② $99 \log 3$

③ $100 \log 3$

④ $101 \log 3$

⑤ $102 \log 3$

2. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

3. 첫째항이 1 이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.



답:

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 72$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{24}$ 의 합을 구하여라.



답:

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.



답:

6. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 3$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k - 1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

7. 다음 수열의 합을 $\sum$ 기호를 써서 나타내면?

$$3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1}$$

① $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k-1}$

② $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^{k-1}$

③ $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^k$

④ $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^k$

⑤ $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k+1}$

8. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - 3 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

9. 두 수 $2p + 7$ 과 $2p + 9$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.



답: _____

10. 첫째항이 45이고, 공차가 -4 인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

11. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.



답:

12. $a_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1}$ 이라 할 때, 수열 $\frac{1}{1+a_1}, \frac{3}{3+a_2}, \frac{7}{1+a_3}, \frac{15}{1+a_4}, \dots$ 의 첫째항부터 제20항까지의 합은?

① $19 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

② $20 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

③ $19 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

④ $20 + \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

⑤ $21 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

13. 수열 $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.



답: _____

14. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 이라 할 때, $a_{15}b_{20}$ 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

15. $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n + n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값을 구하여라.



답: _____

16. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이고, $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 을 만족할 때, a_{100} 의 값을 구하면?

① 2^{10}

② 2^{20}

③ 2^{40}

④ 2^{80}

⑤ 2^{100}

17. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2 \cdots \textcircled{㉠}$ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) $= 1$, (우변) $= 1^2 = 1$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$

이 식의 양변에 $\boxed{\text{(가)}}$ 를 더하면

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= k^2 + \boxed{\text{(가)}} = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 $\textcircled{㉠}$ 은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 $\textcircled{㉠}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① $2k - 1, (k + 1)^2$

② $2k, k + 1$

③ $2k, (k + 1)^2$

④ $2k + 1, k + 1$

⑤ $2k + 1, (k + 1)^2$

18. 한 은행은 고객으로부터 100 만원을 연이율 5%의 5년 만기 정기예금으로 받으면 그 중에서 90 만원을 연이율 $r\%$ 로 5년 동안 대출하고 나머지 10 만원은 예비비로 보관한다. 5년 후 은행은 대출금을 이자와 함께 회수하고 고객에게 정기예금을 이자와 함께 지불하여 20 만원의 수익을 얻으려고 한다. 이때, 대출 이율 r 을 구하는 식은? (단, 모든 이자는 1년마다의 복리로 계산한다.)

① $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 10^5$

② $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 2 \times 10^5$

③ $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 3 \times 10^5$

④ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 10^5$

⑤ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 2 \times 10^5$

19. $\sum_{k=1}^{10} \left\{ \sum_{m=1}^n (k-2) \cdot 2^{m-1} \right\}$ 을 n 에 관한 식으로 나타내면?

① $60(2^n - 1)$

② $35(2^n - 1)$

③ $20(2^n + 1)$

④ $20(2^n - 1)$

⑤ $16(2^n - 1)$

20. 수열 $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \dots$ 에 대하여 제100 항은?

① $\frac{6}{13}$

② $\frac{7}{13}$

③ $\frac{6}{14}$

④ $\frac{7}{14}$

⑤ $\frac{6}{15}$

21. 다음과 같이 1부터 연속된 자연수가 규칙적으로 나열되어 있을 때, 제 10행의 마지막 안에 들어갈 수는?

1행 1

2행 2 3

3행 4 5 6

4행 7 8 9 10

5행 11 12 13 14 15

⋮

10행

① 55

② 60

③ 65

④ 70

⑤ 75

22. $a_1 = 1, a_2 = 10$ 이고

$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \sqrt[3]{\frac{a_{n+1}}{a_n}} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\log a_3 = \frac{q}{p}$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을

구하여라.



답: _____

23. 네 양수 a, b, c, d 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때 옳은 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(a+b)(c+d) \geq 4ad$

㉡ $a+b+c+d \geq 4\sqrt{ad}$

㉢ 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 역함수는 존재한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

24. 다음은 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고 $S_n = p$, $S_{2n} = q$ 라 할 때, S_{3n} 을 p , q 로 나타내는 과정이다. (단, $p \neq 0, q \neq 0$)

자연수 n 에 대하여

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$B = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots + a_{2n}$$

$$C = a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n} \text{이라 하자.}$$

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 A , B , C 는 이 순서대로 공비가 $[(가)]$ 인 등비수열을 이룬다.

등비중항의 성질에 의하여 $B^2 = AC$

$$\text{또한, } \begin{cases} A = S_n = p \\ B = S_{2n} - S_n = q - p \\ C = S_{3n} - S_{2n} = S_{3n} - q \end{cases}$$

따라서 $S_{3n} = [(나)]$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

- ① (가) : r^{n-1} , (나) : $\frac{(p-q)^2}{p}$
- ② (가) : r^n , (나) : $\frac{(p+q)^2}{p}$
- ③ (가) : r^n , (나) : $\frac{p^2 - pq + q^2}{p}$
- ④ (가) : r^n , (나) : $\frac{p^2 + pq + q^2}{p}$
- ⑤ (가) : r^{2n} , (나) : $\frac{p^2 - pq + q^2}{p}$

25. 수열 $2, 2^2 + 2^3, 2^4 + 2^5 + 2^6, 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}, \dots$ 의 마지막 항이 $2^{79} - 2^{67}$ 일 때, 첫째항부터 마지막 항까지의 합은?

① $2^{79} - 2$

② $2^{79} - 1$

③ 2^{79}

④ 2^{79+1}

⑤ $2^{79} + 2$