

1. 분수 $\frac{11}{2^3 \times x}$ 는 유한소수이다. 두 자리 자연수 x 의 최댓값을 a 라 하고 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

x 는 $2^a \times 5^b$ 또는 $2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴이다.

$x = 2^a \times 5^b$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80		
5^2	25	50					

$x = 2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	11	22	44	88			
5^1	55						
5^2							

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 88 이고 가장 작은 두 자리의 자연수는 10 이다.

$\therefore a - b = 78$

2. 분수 $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이 되고 소수로 나타내면 유한 소수가 된다. 이때, $x + y$ 의 값은? ($y > 2$)

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{y} \text{ 에서 } x = 33 \text{ 이다.}$$

약분하면 $y = 4$ 이다.

$x + y = 37$ 이다.

3. $x = 2\frac{1}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{53}{90}$ ② $\frac{12}{45}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$x = \frac{21}{9}$$

$$(\text{준식}) = x + \frac{1}{\frac{1}{1-x}}$$

$$= x + \frac{x}{1-x}$$

$$= \frac{21}{9} + \frac{9}{1-\frac{21}{9}}$$

$$= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36}$$

$$= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

4. 다음 중 순환소수를 분수로 나타내는 계산과정이 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{5}\dot{1} = \frac{51}{99}$
③ $1.2\dot{3} = \frac{123 - 12}{90}$
⑤ $3.20\dot{5} = \frac{205}{999}$

② $0.4\dot{0}\dot{3} = \frac{403 - 2}{99}$
④ $2.5\dot{1}\dot{8} = \frac{2518 - 25}{990}$

해설

① $0.\dot{5}\dot{1} = \frac{51}{99}$
② $0.4\dot{0}\dot{3} = \frac{403 - 4}{990}$
③ $1.2\dot{3} = \frac{123 - 12}{90}$
④ $2.5\dot{1}\dot{8} = \frac{2518 - 25}{990}$
⑤ $3.20\dot{5} = \frac{3205 - 3}{999}$

5. 어떤 자연수에 $2.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 2.2 를 곱하였더니 차가 0.2 가 생겼다. 이때, 이 자연수를 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

어떤 자연수를 x 라 할 때 $2.\dot{2} > 2.2$ 이므로

$$x \times 2.\dot{2} - x \times 2.2 = 0.2$$

$$\frac{20}{9}x - \frac{22}{10}x = \frac{2}{10}$$

양변의 90을 곱하면

$$200x - 198x = 18$$

$$2x = 18$$

$$\therefore x = 9$$

6. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b \times 111} = c$ 라 할 때, 자연수 $9990c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때, $\frac{a}{b \times 111}$ 가 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고,

$\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 2 의 약수이거나 3 의 약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서 $b = 9$, $a = 1$ 일 때 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 는 최솟값 10 을 가진다.

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.

㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.

㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.

㉤ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.

㉥ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉦ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉥

③ ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉥, ㉦

⑤ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦
- 해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉥ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.

8. 넓이가 4 cm^2 , 5 cm^2 , 19 cm^2 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$ cm

해설

$$4 + 5 + 19 = 28$$

$$28 \text{의 양의 제곱근 : } \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

9. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$,
 $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} \\ &= 14 \div 2 + 9 \\ &= 7 + 9 = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} \\ &= 2 \times 16 - 15 \\ &= 32 - 15 = 17 \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

10. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5 ② 9 ③ 15 ④ 26 ⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

11. $\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$$\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250} \rightarrow 7.5 < x < 125$$

$\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되려면

$x = 2 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$$k^2 = 4 \text{ 일 때, } x = 2 \times 4 = 8$$

$$k^2 = 9 \text{ 일 때, } x = 2 \times 9 = 18$$

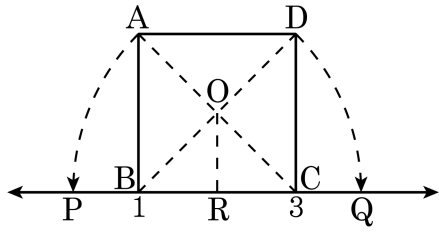
$$k^2 = 16 \text{ 일 때, } x = 2 \times 16 = 32$$

$$k^2 = 25 \text{ 일 때, } x = 2 \times 25 = 50$$

$$k^2 = 36 \text{ 일 때, } x = 2 \times 36 = 72$$

$k^2 = 49$ 일 때, $x = 2 \times 49 = 98$ 이다.

12. 다음 그림의 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} = \overline{PC}$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BQ}$, $\overline{BO} = \overline{BR}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

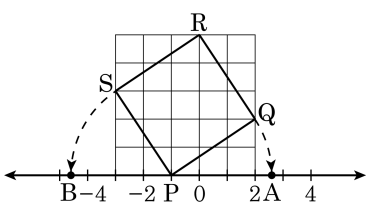


- ① $P(3 - \sqrt{2})$ ② $R(1 - \sqrt{2})$
 ③ $\overline{PR} = 2\sqrt{2}$ ④ $\overline{PQ} = 4\sqrt{2} - 2$
 ⑤ $\overline{BO} = 2\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 2 이므로 대각선 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.
 P 는 $3 - 2\sqrt{2}$, Q 는 $1 + 2\sqrt{2}$, R 은 $1 + \sqrt{2}$
 ③ $\overline{PR} = (1 + \sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = -2 + 3\sqrt{2}$
 ④ $\overline{PQ} = (1 + 2\sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 2$
 ⑤ $\overline{BO} = \sqrt{2}$

13. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B 의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

A($-1 + \sqrt{13}$), B($-1 - \sqrt{13}$) 이므로

$$a = -1 + \sqrt{13}, b = -1 - \sqrt{13}$$

$$\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2 \text{ 이다.}$$

14. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

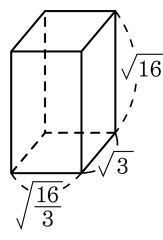
- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

15. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



해설

$$\sqrt{\frac{16}{3}} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16} = \sqrt{\frac{16 \times 3 \times 16}{3}} = 16$$

16. $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$a+b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5}$$

$$a-b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b) &= \sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{3}\sqrt{3} \\ &= 5 + 3 \\ &= 8\end{aligned}$$

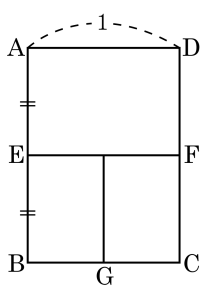
17. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 계산하면?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

18. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

19. 다음 제곱근표에서 $\sqrt{5.84}$ 의 값은 a 이고, $\sqrt{b} = 2.352$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

수	0	1	2	3	4
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417

- ① 7.217 ② 7.548 ③ 7.947 ④ 8.132 ⑤ 8.492

해설

$\sqrt{5.84} = 2.417$
 $\sqrt{5.53} = 2.352$
 $\therefore a = 2.417, b = 5.53$
 $\therefore a + b = 2.417 + 5.53 = 7.947$

20. $\sqrt{20}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{a+1}{b+4}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 4 &< \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로} \\ \therefore a &= 4, b = \sqrt{20} - 4 = 2\sqrt{5} - 4 \\ \therefore \frac{a+1}{b+4} &= \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$