

1. 다음 방정식 $(x+4)^2 = 5x+7$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$(x+4)^2 = 5x+7$$

$$x^2 + 8x + 16 - 5x - 7 = 0$$

$$\therefore x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 3, \quad c = 9$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 3 + 9 = 7$$

2. $(x+2)(x-5)=0$ 이 참이 되게 하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

$$\therefore -2+5=3$$

3. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

4. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2 = 0$

② $x^2 - 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 9 = 0$

④ $(2x-1)^2 = 16$

⑤ $(x+6)(x-6) = 9$

해설

① $x = 3$

② $x = \pm 2$

③ $x = -3$

④ $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \pm 3\sqrt{5}$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

두 근을 α, β 라고 하자.

$$\alpha + \beta = 2 - 3 = -a, a = 1$$

$$\alpha\beta = 2 \times (-3) = -6 = b, b = -6$$

$$\therefore 3a + b = 3 - 6 = -3$$

6. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

두 자연수를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x(x + 4) = 96$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$(x - 8)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 12 = 20$ 이다.

7. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

① $(0, 0)$

② $(0, -2)$

③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$

⑤ $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

9. 이차함수 $y = 2(x-4)^2 + 3$ 의 그래프에 대하여 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 바르게 구한 것을 고르면?

① $(2, 3)$, $x = 2$

② $(4, 3)$, $y = 3$

③ $(-4, -3)$, $y = -3$

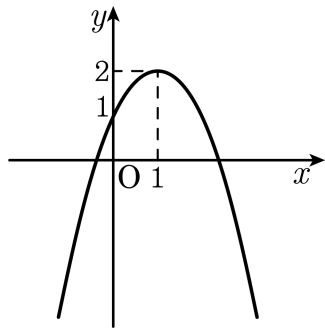
④ $(4, 3)$, $x = 4$

⑤ $(-4, 3)$, $x = -4$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

10. 다음 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 평행이동한 그래프의 식을 구하면?



- ① $y = -x^2 + 1$ ② $y = -x^2 + 2$
③ $y = -(x-1)^2$ ④ $y = -(x-1)^2 + 2$
⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축으로 1 만큼 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동했으므로
 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

11. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는

$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

12. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$
③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$
④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$
 $\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

13. 이차방정식 $9x^2 - 18x + m = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{3}$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 3x + n = 0$ 의 한 근이 m 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$9x^2 - 18x + m = 0$ 에 $x = \frac{1}{3}$ 을 대입하면

$$1 - 6 + m = 0 \quad \therefore m = 5$$

$x^2 - 3x + n = 0$ 에 $x = 5$ 를 대입하면

$$25 - 15 + n = 0 \quad \therefore n = -10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 다른 한 근은 -2 이다.

14. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값은?

① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0 \quad \therefore a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 5 \times 2 = 10$$

15. 이차방정식 $\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$ 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$$

양변에 4 를 곱하면

$$x^2 + 4(a-1)x + 16 = 0$$

$$\left\{ \frac{4(a-1)}{2} \right\}^2 = 16$$

$$4(a-1)^2 = 16$$

$$a-1 = \pm 2, \quad a = 3 (\because a > 0)$$

16. 이차방정식 $(x+5)(x-3)=5$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$(x+5)(x-3)=5, \quad x^2+2x-15=5$$

$$x^2+2x=20, \quad (x+1)^2=21$$

$$p=1, \quad q=21$$

$$\therefore p+q=22$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

따라서 $p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

18. 두 근이 $\frac{1}{3}$, -2 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 에서 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

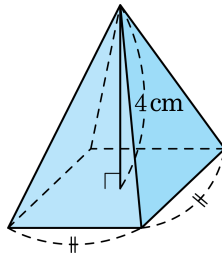
해설

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) = 3\left(x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

$$3x^2 + 5x - 2$$

$a = 5$, $b = -2$ 이므로 $ab = -10$ 이다.

19. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 64 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}\text{cm}$

해설

밑면의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

$$\frac{1}{3}x^2 \times 4 = 64, \quad x^2 = 48$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

20. 이차함수 $y = a(x + 3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x + b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = -(x + 5 + b)^2 + c - 4 = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에서}$$

$$a = -1, \quad 5 + b = 3, \quad c - 4 = -2$$

$$\therefore a = -1, \quad b = -2, \quad c = 2$$

따라서 $a + b + c = -1$ 이다.

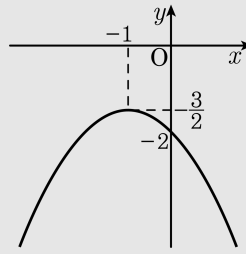
21. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



22. 포물선 $y = (x - a + 1)^2 + (a^2 + 2a - 9)$ 의 꼭짓점이 $(1, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a - 1, a^2 + 2a - 9)$ 이 $(1, k)$ 이므로

$$a - 1 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$a^2 + 2a - 9$ 에 $a = 2$ 을 대입하면

$$4 + 4 - 9 = k$$

$$\therefore k = -1$$

23. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + q$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p + q &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

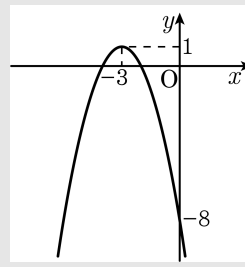
24. $y = -x^2 - 6x - 8$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 8 \\ &= -(x+3)^2 + 1 \end{aligned}$$



25. 다음 함수의 그래프 중에서 제 1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = (x - 2)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3$

해설

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3 = -x^2 - 2x - 4$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다. 꼭짓점의 좌표 $(-1, -3)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -4)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

26. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

$$= 2x^2 - 8x + 9$$

27. $(-1, 7)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$

② $y = -x^2 - 3x + 1$

③ $y = x^2 - x + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 3$

⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고

$(-1, 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$

$(1, 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$

$(2, 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$a = 1, b = -3, c = 3$

$\therefore y = x^2 - 3x + 3$

28. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면
 $y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$
 $x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.
따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

29. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

30. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

31. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.

32. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

33. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

34. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서 $a = 3$ 이다.

35. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+2)(x-4) \\&= a(x^2 - 2x - 8) \\&= a(x-1)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

36. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,
 $y = x(16 - x)$
 $= -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x)$
 $= -(x - 8)^2 + 64$
따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

37. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a , b , c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서
 $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1$, $b=1$, $c=1$
즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$
이 모두 중근을 가지므로

$$D=q^2-4p=0, q^2=4p \cdots \textcircled{A}$$

$$D=(p+1)^2-q^2=0, p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{B}$$

$$D=q^2-pr=0, q^2=pr \cdots \textcircled{C}$$

①과 ③에 의하여

$$p^2+2p+1-4p=0, (p-1)^2=0$$

$$\therefore p=1, q=\pm 2, r=4$$

$$\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$$

38. 10 보다 작은 자연수 a, b, c 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - bx + 3c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $2 \leq p < 3 < q \leq 4$ 를 만족할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$ax^2 - bx + 2c = 0 \text{ 에서 } p + q = \frac{b}{a}, pq = \frac{3c}{a}$$

한편 $2 \leq p < 3 < q \leq 4$ 에서

$$5 < p + q < 7$$

$$\therefore 5 < \frac{b}{a} < 7$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } 5a < b < 7a$$

a, b 는 10 보다 작은 자연수이므로

$$a = 1, b = 6$$

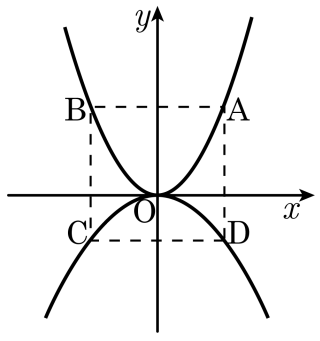
따라서 $pq = 3c$ 이다.

$$6 < pq < 12 \text{ 이므로 } 6 < 3c < 12$$

c 는 10 보다 작은 자연수이므로 $c = 3$

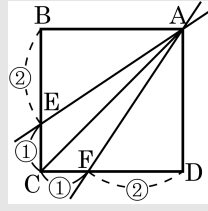
$$\therefore 2a - b + c = 2 - 6 + 3 = -1$$

39. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지
나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의
곱을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A \left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9} \right)$$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각
넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2}$$

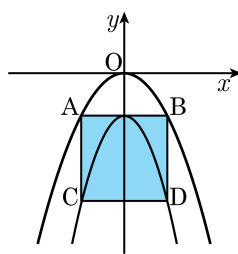
$$\textcircled{2} = \frac{16}{9}$$

직선 AF의 기울기는 $\frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

40. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = -x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = -2x^2 - 1$ 위의 점이다. 사각형 ABDC가 정사각형일 때, 이 정사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 A의 x 좌표를 a 라 하면

$A(a, -a^2)$, $B(-a, -a^2)$, $C(a, -2a^2 - 1)$, $D(-a, -2a^2 - 1)$

□ABCD는 정사각형이므로

$$-2a = -a^2 - (-2a^2 - 1)$$

$$(a + 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 □ABCD = $2 \times 2 = 4$ 이다.