1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

- ① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다. 따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

2. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times \square}{2^4 \times 5 \times \square} = \frac{375}{10000} = 0.0375$$

- ① 3 ② 5 ③ 3^2 ④ 5^2 ⑤ 5^3

해설

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times 5^3}{2^4 \times 5 \times 5^3} = \frac{375}{10000} = 0.0375 \text{ 에서 } \square \text{ 안에 알맞은 수는 } 5^3 \text{ 이다.}$$

3. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{12}$
④ $\frac{33}{3^2 \times 5}$

② $\frac{27}{2 \times 3 \times 5}$
⑤ $\frac{9}{60}$

③ $\frac{33}{18}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

② $\frac{27}{2 \times 3 \times 5} = \frac{3^2}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5}$

4. 분수 $\frac{21}{2^3 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중 x 가 될 수 있는 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

x 가 2, 4, 8, 5 이면 유한소수

x 가 3이면 $\frac{7}{2^3 \times 5}$, 7 이면 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 가 되어 유한소수

x 가 6 이면 $\frac{3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 9$

5. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉣ $5 \div 4$

㉤ $1 \div 3$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.27$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.3$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

6. 다음 중 소수점 아래 50번째 자리의 숫자가 가장 작은 것은?

- ① 0.9̇ ② 0.27̇ ③ 0.125̇ ④ 2.345̇ ⑤ 2.743̇

해설

- ① $50 = 1 \times 50$ 이므로 9
② $50 = 2 \times 25$ 이므로 7
③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 2
④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 4
⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 이므로 3

7. 다음 순환소수를 분수로 나타내면?

$$3.0\dot{1}5$$

- ① $\frac{116}{99}$ ② $\frac{199}{66}$ ③ $\frac{109}{330}$ ④ $\frac{109}{330}$ ⑤ $\frac{191}{330}$

해설

$$3.0\dot{1}5 = \frac{3015 - 30}{990} = \frac{2985}{990} = \frac{199}{66}$$

8. 다음 중 대소 관계가 옳게 나타내어진 것은?

① $1 > 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11}$

④ $0.\dot{3}\dot{2} < 0.\dot{3}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9}$

해설

① $1 = 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231 : 0.2323\cdots > 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11} : \frac{10}{99} > \frac{9}{99}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9} : \frac{23}{99} > \frac{22}{99}$

9. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.0000819 \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

10. $0.\dot{6}$ 에 어떤 수 a 를 곱하였더니 $2.\dot{6}$ 이 되었다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{6} \times a &= 2.\dot{6} \\ \frac{6}{9} \times a &= \frac{24}{9} \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

11. 순환소수 $1.\dot{2}6$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5 ② 15 ③ 60 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.\dot{2}6 = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

12. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하지 않는 무한소수도 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 순환소수는 모두 유리수이다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ④ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ④ 유리수 중에 순환소수도 있다.
- ⑤ 순환소수는 무리수이다.

13. $2^3 \times 32 = 2^a$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$32 = 2^5 \text{ 이므로 } 2^3 \times 2^5 = 2^8$$

14. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$(\text{준식}) = x^{2a-2} = x^4$$

$$2a - 2 = 4 \therefore a = 3$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{y^{2b-3}} = \frac{1}{y}$$

$$2b - 3 = 1$$

$$\therefore b = 2$$

$$(\text{준식}) = -\frac{1}{z^{2+3c-10}} = -\frac{1}{z^4}$$

$$3c - 8 = 4 \therefore c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

15. $8^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$$(2^3)^{2x+1} = (2^{-1})^{3-2x}$$

$$6x + 3 = -3 + 2x$$

$$4x = -6$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

16. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ 으로 정의한다. 이 때, $n \times 9! \times 6! \times 3!$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$n \times 9! \times 6! \times 3!$$

$$= n \times (9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$$

$$\times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)$$

$$= n \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= n \times 2^{12} \times 3^7 \times 5^2 \times 7$$

따라서 주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

$$\therefore n = 21$$

17. $3^5 + 3^5 + 3^5$ 을 3의 거듭제곱으로 간단히 나타내면?

- ① 3^3 ② 3^6 ③ 3^9 ④ 3^{12} ⑤ 3^{15}

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

18. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10 자리의 수이다.

19. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8자리의 수 ② 9자리의 수 ③ 10자리의 수
④ 11자리의 수 ⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

20. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $x^m y^n = z^{m-n}$, $x^n y^m = z^{n-m}$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x^m y^n &= z^{m-n}, x^n y^m = z^{n-m} \text{ 에서} \\z^{m-n} \times z^{n-m} &= z^{m-n+n-m} = z^0 = 1 \\x^m y^n \times x^n y^m &= (xy)^{m+n} = 1 \text{ 에서 } m+n \neq 0 \text{ 이므로 } xy = 1 \text{ 이다.} \\ \therefore \left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n} &= 1^{m+n} = 1\end{aligned}$$