

1.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

따라서  $a = -2, b = 1$

$$\therefore a + b = -1$$

2.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

### 해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

3.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

### 해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

4. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

5.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(x)$  가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

6. 다음 중 다항식  $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

①  $x - 1$

②  $x - 2$

③  $x - 3$

④  $x + 1$

⑤  $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

7.  $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다.  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

### 해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,

$x = -1$ 일 때,  $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$

따라서,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.

즉,  $f(x)$ 는  $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.

즉,  $f(x) = (x + 1)Q(x)$  몫

$Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 & & -1 & 5 & -6 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
 \end{array}$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$$

$$\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$$

8. 자연수  $N = p^n q^m r^l$  로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n+1)(m+1)(l+1)$  이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$  의 양의 약수의 개수는?

- ① 9 개      ② 12 개      ③ 16 개      ④ 24 개      ⑤ 32 개

해설

$38 = x$  라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

9.  $x = 3 + \sqrt{3}i$ ,  $y = 3 - \sqrt{3}i$  일 때,  $x^3 + y^3$  의 값을 구하면?

① 0

② 10

③ 20

④ -10

⑤ -20

해설

$$x + y = 6, \quad xy = 12$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6$$

$$= 0$$

10.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값이 아닌 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$  이 성립하려면  $n = 4m + 2$  ( $m \geq 0$ )

③ :  $8 = 4 \times 2 + 0$

11. 실수  $x$ 에 대하여,  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$  이 성립할 때,  $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단,  $(x+1)(x-2) \neq 0$ )

①  $2x - 1$

②  $-2x + 1$

③ 3

④  $-3$

⑤  $x + 1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$  이다.

따라서  $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

12.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2,  $\alpha$ 일 때,  $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

### 해설

해가 2,  $\alpha$ 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고  $\alpha$ 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

13.  $x$  가 실수 일 때, 다음 중  $x + \frac{1}{x}$  의 값이 될 수 없는 것은? (단,  $x \neq 0$ )

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라 하고,}$$

양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$  에서  $x$  는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

14.  $x$ 에 대한 이차식  $2x^2 + (k + 1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2x^2 + (k + 1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k + 1)^2 - 8(k - 1) = 0$$

$$(k - 3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

15. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식  $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

①  $\frac{1}{5}$

②  $\frac{2}{5}$

③  $\frac{3}{5}$

④  $\frac{4}{5}$

⑤  $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

16. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$    $x +$   = A 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

17. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$   
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

18.  $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

①  $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$

②  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

③  $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$

④  $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$

⑤  $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

19.  $|x + 1| + |x - 2| = x + 3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

i)  $x < -1$ 일 때,

$$-x - 1 - x + 2 = x + 3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (모순)}$$

ii)  $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 - x + 2 = x + 3$$

$$\therefore x = 0$$

iii)  $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 + x - 2 = x + 3$$

$$\therefore x = 4$$

20. 이차방정식  $x^2 + kx + k - 1 = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 3배가 되도록 하는 상수  $k$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

한 근이 다른 한 근의 3배이므로 두 근을  $\alpha$ ,  $3\alpha$ 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 3\alpha = -k \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\alpha \cdot 3\alpha = k - 1 \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉠에서  $\alpha = -\frac{k}{4}$  이것을 ㉡에 대입하면

$$3\left(-\frac{k}{4}\right)^2 = k - 1, \quad 3k^2 - 16k + 16 = 0, \quad (3k - 4)(k - 4) = 0$$

$$\therefore k = 4$$

해설

21.  $x^2 - (k-1)x + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수  $k$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 각각  $\alpha$ 와  $\beta$ 라 하면

$$\alpha + \beta = k - 1$$

$$\alpha\beta = 3$$

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (k - 1)^2 - 12 = 4$$

$$k = 5 \text{ 또는 } -3$$

$k$ 는 양의 실수이므로  $k = 5$

22. 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.  
이 때, 방정식  $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0, \quad (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, \quad 5x = 7 + \beta$$

$$x = \frac{7 + \alpha}{5}, \quad \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

23. A, B 두 사람이 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  을 푸는데 A는  $b$  를 잘못 읽어  $-4$ 와  $7$ 을, B는  $c$ 를 잘못 읽어  $-3 \pm \sqrt{2}i$ 를 근으로 얻었다. 원래의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

### 해설

A는  $a$ 와  $c$ 를 바르게 읽었으므로  
근과 계수와의 관계에서

$$\frac{c}{a} = -4 \cdot 7 = -28, c = -28a$$

B는  $a$ 와  $b$ 는 바르게 읽었으므로

$$-\frac{b}{a} = (-3 + \sqrt{2}i) + (-3 - \sqrt{2}i) = -6, b = 6a$$

따라서 원래의 이차방정식은

$$ax^2 + 6ax - 28a = 0$$

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-6$

24. 포물선  $y = x^2 + 2ax + b$ 가  $x$ 축과는 접하고 직선  $y = 4x$ 와는 서로 만나지 않을 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > -1$

②  $a < -1$

③  $a > 0$

④  $a < 1$

⑤  $a > 1$

해설

포물선  $y = x^2 + 2ax + b$ 가  $x$ 축과는 접하므로  
이차방정식  $y = x^2 + 2ax + b = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b = 0 \quad \therefore b = a^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또, 포물선  $y = x^2 + 2ax + b$ 가 직선  $y = 4x$ 와 서로 만나지 않으려면

이차방정식  $x^2 + 2ax + b = 4x$ ,

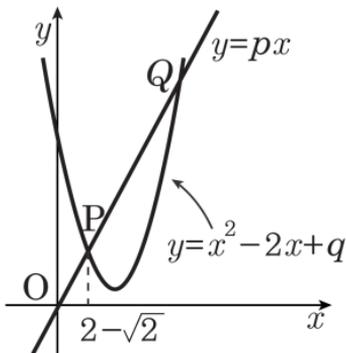
즉  $x^2 + 2(a-2)x + b = 0$ 의 판별식을  $D'$ 이라 할 때

$$\frac{D'}{4} = (a-2)^2 - b < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면  $(a-2)^2 - a^2 < 0$ ,  $-4a + 4 < 0$

$\therefore a > 1$

25. 다음 그림과 같이 직선  $y = px$  와 이차함수  $y = x^2 - 2x + q$  의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의  $x$  좌표가  $2 - \sqrt{2}$  이다. 이 때, 유리수  $p, q$  의 곱  $pq$  의 값은?



① 1

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

### 해설

두 점 P, Q 의  $x$  좌표는

이차방정식  $x^2 - 2x + q = px$  의 두 실근이다.

$x^2 - (p+2)x + q = 0$  에서  $p, q$  는 유리수이므로

한 근이  $2 - \sqrt{2}$  이면 다른 한 근은  $2 + \sqrt{2}$  이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$$

$$\therefore p = 2$$

$$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$$

$$\therefore q = 2$$

$$\therefore pq = 4$$