1. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$ ② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$ ④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

2. 다음 □안에 알맞은 식을 구하면?

$$\square \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

① $9a^6b^4$ ② $6a^3b^2$ ③ $-9a^6b^4$

④ $-6a^3b^2$ ⑤ $6ab^2$

해설

$$\square = \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3$$
$$= \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4$$

3. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$ ② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$ ③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$ ⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수
② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수
③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수
④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수
⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

4. 자연수 n 에 대하여 $f(3^n) = n$ 으로 정의한다. $f(x) + f(y) + f(27) = f(729)$ 일 때, 서로 다른 자연수 x, y 의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 28

해설

$f(27) = f(3^3) = 3$, $f(729) = f(3^6) = 6$ 이므로
$f(x) + f(y) = 6 - 3 = 3$ 을 만족하는 $f(x)$, $f(y)$ 는
$f(x) = 0$, $f(y) = 3$ 일 때, $x = 1$, $y = 27$
$f(x) = 1$, $f(y) = 2$ 일 때, $x = 3$, $y = 9$
$f(x) = 2$, $f(y) = 1$ 일 때, $x = 9$, $y = 3$
$f(x) = 3$, $f(y) = 0$ 일 때, $x = 27$, $y = 1$
따라서 $x + y = 28$, $x + y = 12$ 이다.

5. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20$
$= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5$
$= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
$= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$
$a = 11,\ b = 3,\ c = 2$
$\therefore\ a+b+c = 11+3+2 = 16$

6. $a \neq 0$, $b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

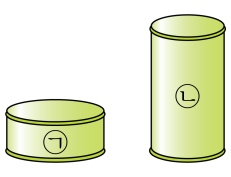
① 2 ② $\dfrac{a}{b}$ ③ $\dfrac{b^{2x}}{a^{2y}}$

④ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{2x-2y}$ ⑤ $\left(\dfrac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이) 이므로

(㉠의 부피) $= \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$

(㉡의 부피) $= \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$

$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$

$\therefore h = \frac{16b}{3}$

8. $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면? (단, $\square > 0$)

$$(2a^4b^2)^3 \div (\square)^2 = 2a^2b \times a^8b$$

① ab ② a^2b ③ $2a^2b$ ④ $2ab^2$ ⑤ ab^2

해설

$(\square)^2 = 8a^{12}b^6 \div 2a^{10}b^2 = 4a^2b^4$

$(\square)^2 = (2ab^2)^2$

$\therefore \ \square = 2ab^2$

9. $x = 2y$일 때, $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$의 값을 구하면? (단, $x \neq 0,\ y \neq 0$)

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{5}{3}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{4}{3}$

해설

$\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$에 $x = 2y$를 대입하면

$\dfrac{2y}{2y+y} + \dfrac{y}{2y-y} = \dfrac{2y}{3y} + \dfrac{y}{y} = \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{5}{3}$

10. $(5x-y+6)-(\quad)=-2x+y-2$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $-7x-2y-8$　② $-7x-2y+8$　③ $7x+4$

④ $7x-2y+8$　⑤ $7x+8$

해설

$(5x-y+6)-(-2x+y-2)=(\quad)$ 이므로

$(\quad)=5x-y+6+2x-y+2$

$=7x-2y+8$

11. 등식 $Ax-\left(x^2-3x-2\right)=6x^2-3x+2$ 이 성립하도록 다항식 A 을 바르게 구한 것을 고르면?

① $5x$　② $5x+6$　③ $7x+6$

④ $7x-6$　⑤ $7x$

해설

$$\begin{aligned} Ax &= 6x^2-3x+2+\left(x^2-3x-2\right) \\ &= 7x^2-6x \end{aligned}$$

$$\therefore\ A=\frac{7x^2-6x}{x}=7x-6$$

12. $a+\frac{4}{3}b-\left[\frac{7}{6}a-\left\{\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}(a+2b)\right\}\right]$ 를 간단히 했을 때, b 의 계수는?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
&a+\frac{4}{3}b-\left[\frac{7}{6}a-\left\{\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}(a+2b)\right\}\right] \\
&=a+\frac{4}{3}b-\left\{\frac{7}{6}a-\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}b\right)\right\} \\
&=a+\frac{4}{3}b-\left\{\frac{7}{6}a-\left(\frac{1}{6}a-\frac{2}{3}b\right)\right\} \\
&=a+\frac{4}{3}b-\left(\frac{7}{6}a-\frac{1}{6}a+\frac{2}{3}b\right) \\
&=a+\frac{4}{3}b-\left(a+\frac{2}{3}b\right) \\
&=a+\frac{4}{3}b-a-\frac{2}{3}b \\
&=\frac{2}{3}b
\end{aligned}$$

13. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x+\frac{1}{6}y-\frac{1}{3}\right)$을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a라 하자. 이때, $|8a|$의 값은?

① $\frac{15}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ 11 ④ 15 ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{5}{3}x\right)+\frac{3}{4}xy\times\frac{1}{6}y+\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{4}x^2y+\frac{1}{8}xy^2-\frac{1}{4}xy$

따라서 $a=\left(-\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a|=11$ 이다.

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(x+2)(y-5) = xy-5x+2y-10$

② $(3x-5y)(2x+y) = 6x^2-7xy-5y^2$

③ $(a+2b)(2a-3b) = 2a^2+ab-5b^2$

④ $(2a+3b)(3a-2b) = 6a^2+5ab-6b^2$

⑤ $(3x+y)^2 = 9x^2+6xy+y^2$

해설

① $(x+2)(y-5) = xy-5x+2y-10$
② $(3x-5y)(2x+y) = 6x^2-7xy-5y^2$
③ $(a+2b)(2a-3b) = 2a^2+ab-6b^2$
④ $(2a+3b)(3a-2b) = 6a^2+5ab-6b^2$
⑤ $(3x+y)^2 = 9x^2+6xy+y^2$

15. $[a,\ b] = (a+b)^2$ 일 때, $[2x,\ -3y] - 2 \times [-x,\ 2y]$ 를 간단히 하면?

① $2x^2 - 4xy - 2y^2$　② $2x^2 - 4xy + 2y^2$

③ $2x^2 - 4xy + y^2$　④ $2x^2 + 4xy + y^2$

⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$(2x-3y)^2 - 2 \times (-x+2y)^2$
$= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2)$
$= 2x^2 - 4xy + y^2$

16. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\left(2x-\frac{1}{3}y\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{3}y-2x\right)^2$

③ $\left\{-\left(2x-\frac{1}{3}y\right)\right\}^2$ ④ $-\left(-\frac{1}{3}y+2x\right)^2$

⑤ $\left(2x+\frac{1}{3}y\right)^2-\frac{8}{3}xy$

해설

①, ②, ③, ⑤ : $4x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{9}y^2$

④ : $-4x^2+\frac{4}{3}x-\frac{1}{9}y^2$

17. $(x-2)(x^2+4)(x+2)$을 전개하면?

① x^2-16　② x^2+4　③ x^4-4

④ x^4-16　⑤ x^4+4

해설

$(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$

18. $(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)=12x^2+\left(-3a+\frac{4}{3}\right)x-\frac{1}{3}a$

$-3a+\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}a$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

19. $(x+3)(3x-4) = 3x^2 + Ax + B$일 때, $A-B$의 값을 구하면?

① 12 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$(x+3)(3x-4) = 3x^2 + 5x - 12$
$A = 5,\ B = -12$
$\therefore A - B = 5 - (-12) = 17$

20. $(ax-6y)^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$(ax-6y)^2 = a^2x^2 - 12axy + 36y^2$

$a^2x^2 - 12axy + 36y^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$

$\therefore a = 5$

$\therefore c = 36$

$-12a = b \quad \therefore b = -60$

$a+b+c = 5 + (-60) + 36 = -19$

21. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$을 전개했을 때 x의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$x^2+x=t$라 하면
$(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=(t-2)(t-6)$
$=t^2-8t+12$
$=(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$
$=x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12$
$=x^4+2x^3-7x^2-8x+12$
$\Rightarrow x$의 계수 : -8

22. $(x-4)(x-2)(x+1)(x+3)-25 = Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E$일 때, $A+B+C+D+E$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x-4)(x-2)(x+1)(x+3)-25$
$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-2)(x+1)\}-25$
$= (x^2-x-12)(x^2-x-2)-25$
$x^2-x=t$로 치환하여 정리하면 $(t-12)(t-2)-25 = t^2-14t-1$
$x^2-x=t$를 대입하면 $x^4-2x^3+x^2-14x^2+14x-1 = x^4-2x^3-13x^2+14x-1$
따라서 $A+B+C+D+E = 1-2-13+14-1 = -1$이다.

23. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 5.8×6.2　② 16×24　③ 51×49

④ 98×102　⑤ 27×30

해설

①, ②, ③, ④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

24. $x+y=3,\ xy=-4$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} x^2-xy+y^2 &= (x+y)^2-3xy \\ &= 3^2-3\times(-4) \\ &= 21 \end{aligned}$$

25. $a=5,\ b=-\dfrac{1}{2}$ 일 때, $\dfrac{a^2+2ab}{a}-\dfrac{4b^2-ab}{b}$ 의 값은?

① $-\dfrac{1}{2}$ ② 3 ③ $\dfrac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}&\frac{a^2+2ab}{a}-\frac{4b^2-ab}{b}\\&=a+2b-(4b-a)\\&=2a-2b=2\times5-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\\&=10+1=11\end{aligned}$$

26. $x=-\frac{1}{3}$, $y=3$ 일 때 $3xy(x-y)-(4x^2y^3-4x^3y^2)\div 2xy$ 의 값은?

① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y-3xy^2-2xy^2+2x^2y\\ &= 5x^2y-5xy^2\end{aligned}$$

$x=-\frac{1}{3}$, $y=3$ 을 대입하면

$$5\times\left(\frac{1}{9}\right)\times 3-5\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times 9=\frac{5}{3}+\frac{45}{3}=\frac{50}{3}$$

27. 다음 보기는 $vt = s + a$ 를 [ ] 안의 문자에 관하여 푼 것이다. 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $s = vt + a\,[s]$　　㉡ $a = vt - s\,[a]$

㉢ $v = \dfrac{s+a}{t}\,[v]$　　㉣ $t = \dfrac{v}{s+a}\,[t]$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $vt = s + a$

$\therefore s = vt - a$

㉡ $vt = s + a$

$\therefore a = vt - s$

㉢ $vt = s + a$

$\therefore v = \dfrac{s+a}{t}$

㉣ $vt = s + a$

$\therefore t = \dfrac{s+a}{v}$

28. $a = x + 2y,\ b = 3x - y$ 일 때, $4a - 3b$ 를 $x,\ y$ 에 관한 식으로 나타내면?

① $-5x + 5y$　② $-5x + 9y$　③ $-5x + 11y$

④ $-5x + 3y$　⑤ $-5x + y$

해설

$$\begin{aligned} 4a - 3b &= 4(x + 2y) - 3(3x - y) \\ &= 4x + 8y - 9x + 3y \\ &= -5x + 11y \end{aligned}$$

29. $(x+y):(x-y)=3:1$ 일 때, $\dfrac{x+4y}{x-4y}$ 의 값은?

① $-\dfrac{9}{7}$ ② $\dfrac{9}{7}$ ③ -3 ④ 3 ⑤ $-\dfrac{5}{3}$

해설

$x+y=3(x-y),\ x=2y$
주어진 식에 대입하면
$\dfrac{x+4y}{x-4y}=\dfrac{2y+4y}{2y-4y}=\dfrac{6y}{-2y}=-3$ 이다.

30. A, B, C 세 명의 수학 점수는 각각 a 점, b 점, c 점이다. a 와 b 의 평균은 x , b 와 c 의 평균은 y , c 와 a 의 평균은 z 일 때, a 를 x, y, z 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = x - y + z$

해설

주어진 조건에 따라 평균을 구하면

$\frac{a+b}{2} = x, \frac{b+c}{2} = y, \frac{c+a}{2} = z$

주어진 식을 좌변끼리 우변끼리 각각 더하면

$a + b + c = x + y + z$

$a = x + y + z - b - c$

$= x + y + z - (b + c)$

$= x + y + z - 2y$

$\therefore a = x - y + z$

31. 다음 □안에 들어갈 알맞은 수는?

$3^{2x+3} = \square \times 9^x$

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$

□안에 들어갈 수는 27이다.

32. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$

$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$

$\therefore\ a = 4$

33. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$
$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$
$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$
좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.
따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,
$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$
$n-6+m=6$
$\therefore\ m+n=12$

34. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$
$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$
$am = 8$, $bm = 12$, $cm = 20$
모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.
m 의 최댓값은 4 이다.

35. 다음 ㉠ ~ ㉢ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{㉠}}}{\boxed{㉡}y^5}\right)^{\boxed{㉢}} = \frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠: 3

▷ 정답: ㉡: 2

▷ 정답: ㉢: 4

해설

$2 \times \boxed{㉢} = 8, \quad \therefore \boxed{㉢} = 4$

$\boxed{㉠} \times 4 = 12, \quad \therefore \boxed{㉠} = 3$

$\boxed{㉡}^4 = 16, \quad \therefore \boxed{㉡} = 2$

36. 다음 식에서 $m+n$ 의 값을 구하여라.

$$4^{m+5} = 4^m \times 2^n = 4096$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$4^{m+5} = 4^m \times 4^5$

$= 4^m \times 2^{10}$

$= 4^m \times 2^n \Rightarrow \because \ n = 10$

$= 2^{2m} \times 2^{10} \Rightarrow \because \ m = 1$

$= 2^{12} = 4096$

$\therefore m+n = 10+1 = 11$

37. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19$, $b = 6$

$\therefore\ a + b = 19 + 6 = 25$

38. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$

39. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$

$\therefore\ n = 20$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$2008 = 4 \times 502$ 이므로 $m = 1$

$\therefore\ n + m = 21$

40. $a=-\frac{1}{3}$, $b=4$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{1}{4}ab\right)^3 \div (-ab^2)^2 \times 24ab^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -\frac{1}{64}a^3b^3 \times \frac{1}{a^2b^4} \times 24ab^2 = -\frac{3}{8}a^2b \\ &= -\frac{3}{8} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 4 = -\frac{1}{6}\end{aligned}$$

41. 두 수 x, y 에 대하여 연산 ★, ▲를 $x★y = x^2y$, $x▲y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.

$3a★X = 12a^2b$, $Y▲5b = 100ab^2$

▶ 답:

▷ 정답: b

해설

$3a★X = 12a^2b$ 에서

$(3a)^2X = 12a^2b$

$\therefore\ X = \dfrac{12a^2b}{9a^2} = \dfrac{4}{3}b$

$Y▲5b = 100ab^2$

$Y(5b)^2 = 100ab^2$ 에서

$\therefore\ Y = \dfrac{100ab^2}{25b^2} = 4a$

$\therefore\ 3a(X \div Y) = 3a\left(\dfrac{4b}{3} \times \dfrac{1}{4a}\right) = 3a\left(\dfrac{b}{3a}\right) = b$

42. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A*B = A-3B$ 라 정의 하자. $A = x^2+2x-4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A*B)*B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$
② $-5x^2 + 20x - 34$
③ $2x^2 - x + 1$
④ $2x^2 + 5x + 9$
⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$(A*B)*B = (A-3B) - 3B = A - 6B$ 이므로
$(x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5)$
$= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30$
$= -5x^2 + 20x - 34$

43. $\frac{3x^2-4x+1}{2}$에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2-7x+3}{4}$이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $\frac{x^2-11x+4}{2}$　② $\frac{5x^2-3x+2}{4}$

③ $\frac{10x^2-9x+1}{4}$　④ $\frac{10x^2-21x+9}{4}$

⑤ $\frac{21x^2-9x+11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}+A=\frac{2x^2-7x+3}{4}$$
$$\therefore A=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{3x^2-4x+1}{2}$$
$$=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{6x^2-8x+2}{4}$$
$$=\frac{-4x^2+x+1}{4}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{6x^2-8x+2}{4}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{10x^2-9x+1}{4}$$

44. $(3a-2b+1)(3a+2b-1)$ 을 전개하면?

① $3a^2-2b^2-1$ ② $9a^2-4b^2-1$

③ $9a^2+2b-2b^2-1$ ④ $9a^2+2b-4b^2-1$

⑤ $9a^2-4b^2+4b-1$

해설

$(3a-2b+1)(3a+2b-1)$

$=\{3a-(2b-1)\}\{3a+(2b-1)\}$

$=(3a)^2-(2b-1)^2$

$=9a^2-(4b^2-4b+1)$

$=9a^2-4b^2+4b-1$

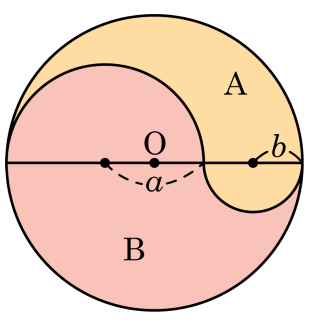
45. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx-3$ 이므로
$A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C=(1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1)=(-2,\ 2)$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$

③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$

⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 - a^2 + b^2\right\}$$

$$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2b^2)$$

$$= \pi(ab + b^2)$$

(B 의 넓이)

$$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 + a^2 - b^2\right\}$$

$$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2a^2)$$

$$= \pi(ab + a^2)$$

$$\therefore \text{ B} - \text{A} = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$$

$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a-b)(a+b)$$

47. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. (　　) 에 알맞은 수는?

$(4+2)(4^2+2^2)\,(4^4+2^4)\,(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})+2^{63}$
$=2^{(\ \ )}$

① 126　② 127　③ 128　④ 129　⑤ 130

해설

$(4+2)\,(4^2+2^2)\,(4^4+2^4)\,(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.

($\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$

$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$

$=2^{127}-2^{63}$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\ \ )}$ 이므로

$\therefore\ 2^{(\ \ )}=2^{127}$　　$\therefore\ (\ \ )=127$

48. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2-4x+3$ 이고, 나머지가 $2x-5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

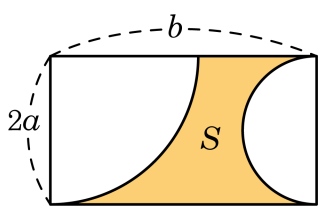
어떤 다항식을 A 라 하면

$A = 2x^2 \times (2x^2-4x+3) + 2x - 5$

$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

49. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$ ② $2ab - a^2\pi$ ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
④ $2ab - 2a^2\pi$ ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

50. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$