

1. 연립방정식  $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  을 풀 때,  $xy$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

2. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

- ①  $3\sqrt{2}$                       ② 4                      ③  $-3\sqrt{2}$   
④ -4                      ⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서  
 $(x-y)(x-2y) = 0 \therefore x = y$  또는  $x = 2y$   
i)  $x = y$  일 때  
 $x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$   
 $x = \pm 2, y = \pm 2$   
ii)  $x = 2y$  일 때  
 $x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$   
 $y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$   
 $\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

3. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

4.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ ,  $x^2 + bx + a = 0$ 이 한 개의 공통근  $\alpha$ 를 가지고, 공통이 아닌 두 근의 비가  $3 : 5$ 일 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{3}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $-\frac{1}{5}$     ⑤  $0$

**해설**

공통근이  $\alpha$ 이므로  $\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \cdots \text{㉠}$

$\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \cdots \text{㉡}$

㉠-㉡에서  $(a-b)(\alpha-1) = 0$

$a = b$ 이면 모순이므로  $a \neq b \therefore \alpha = 1$

$x^2 + ax + b = 0$ ,  $x^2 + bx + a = 0$ 의 공통이 아닌 근을 각각  $\beta$ ,  $\gamma$

라 하면 근과 계수와의 관계에 의하여  $1 \cdot \beta = b$ ,  $1 \cdot \gamma = a$

따라서, 공통이 아닌 두 근의 비는

$\beta : \gamma = b : a = 3 : 5 \cdots \text{㉢}$

한편, ㉠에  $\alpha = 1$ 을 대입하면  $a + b + 1 = 0 \cdots \text{㉣}$

㉢, ㉣에서  $a = -\frac{5}{8}$ ,  $b = -\frac{3}{8}$

$\therefore a - b = -\frac{1}{4}$

5.  $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍  $(x, y)$ 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 무수히 많다.

⑤ 답 없음.

해설

$x^2 + y^2 = x^3, y^2 = x^2(x-1), x-1 = k^2$ 을 만족하는 정수  $k$ 를 택하면,  $y = xk$ 가 된다.  
따라서  $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍  $(x, y)$ 는 무수히 많다.