

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4

② 4

③ -3

④ 3

⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
 $-16 = 4a, \quad a = -4$

2. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭지점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

② x 축에 대하여 좌우대칭이다.

③ 위로 볼록한 그래프이다.

④ $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ y 절편은 -3 이다.

해설

y 축에 대하여 대칭이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, k)$ 를 지났다. 이때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

$y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 4$ 이고, 점 $(4, k)$ 를 지나므로 $k = -\frac{3}{2} \times 4^2 + 4$, $k = -20$ 이다.

5. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

$$\textcircled{\Gamma} y = 4x^2$$

$$\textcircled{\text{L}} y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{C}} y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\Xi} y = -\frac{1}{16}x^2$$

$$\textcircled{\text{Q}} y = 2x^2$$

$$\textcircled{\text{H}} y = \frac{1}{2}x^2$$



답 :

쌍



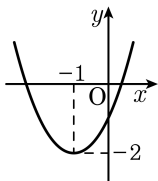
정답 : 1 쌍

해설

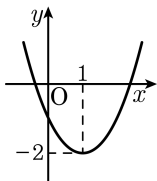
$\textcircled{\text{L}}$ 와 $\textcircled{\text{C}}$

6. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

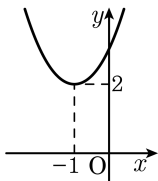
①



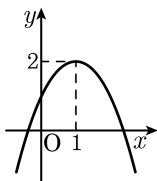
②



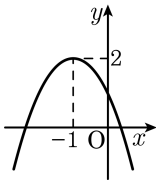
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 - 2x + 1 \\
 &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\
 &= -(x + 1)^2 + 2
 \end{aligned}$$

7. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

8. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 4$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 4 = 0$$

$$f(f(1)) = f(0) = -4$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(0)) = f(-4) = 0$$

9. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

10. 이차함수 $y = 3(x+2)^2$ 의 그래프는 $y = 3(x-3)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = 3(x-3)^2 = 3(x+2+(-5))^2$$

11. 다음 중 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ② $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ③ $y = -(x - 5)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
- ④ $y = -(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(3, 1)$ 이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② $y = -2(x + 2)^2$ 은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\&= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\&= 2(x - 1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2 \\ \therefore a &= -2, b = 2, a + b = 0\end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

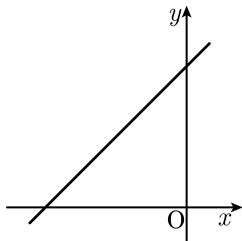
그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x - p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x - 4)^2 + 16 + m$$

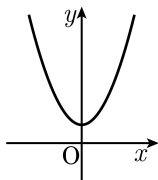
$$\therefore 16 + m = 0$$

$$\therefore m = -16$$

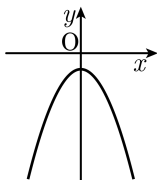
15. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



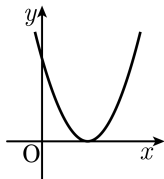
①



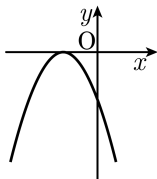
②



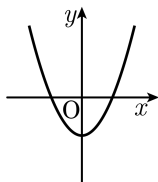
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$

② $a \leq -\frac{4}{3}$

③ $a < \frac{3}{4}$

④ $a \leq -\frac{3}{4}$

⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.

즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

17. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

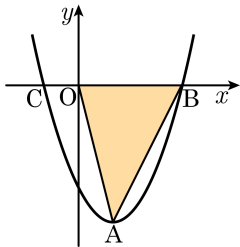
① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10



해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

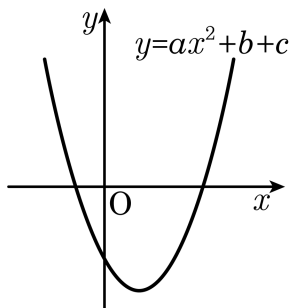
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

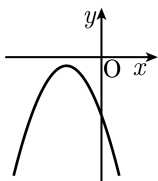
B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

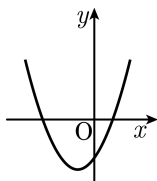
18. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



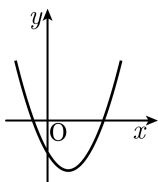
①



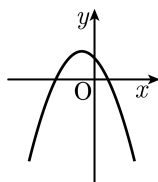
②



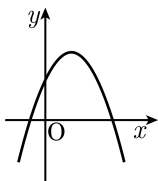
③



④



⑤



해설

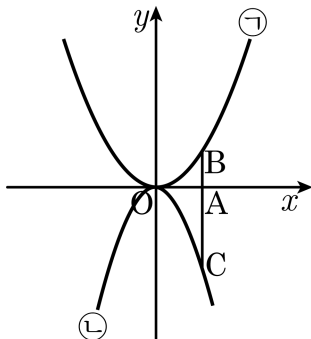
아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

19. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\Gamma}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{L}}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\Gamma}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{L}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

20. x 의 범위가 $0 < x < 5$ 일 때, $x = \frac{1}{x - [x]}$ 을 만족시키는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대정수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$x^2 - x[x] - 1 = 0 \text{ 에서}$$

(1) $0 < x < 1$ 일 때,

$$[x] = 0, \quad x^2 - 1 = 0, \quad x = \pm 1 \quad 0 < x < 1 \text{ 이므로 부적합}$$

(2) $1 \leq x < 2$ 일 때,

$$[x] = 1, \quad x^2 - x - 1 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad 2 \leq x < 2 \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

(3) $2 \leq x < 3$ 일 때,

$$[x] = 2, \quad x^2 - 2x - 1 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{2} \quad 2 \leq x < 3 \text{ 이므로}$$

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

(4) $3 \leq x < 4$ 일 때,

$$[x] = 3, \quad x^2 - 3x - 1 = 0, \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad 3 \leq x < 4 \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

(5) $4 \leq x < 5$ 일 때,

$$[x] = 4, \quad x^2 - 4x - 1 = 0, \quad x = 2 \pm \sqrt{5} \quad 4 \leq x < 5 \text{ 이므로}$$

$$x = 2 + \sqrt{5}$$

$$(1), (2), (3), (4), (5) \text{ 로 부터 } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad x = 1 + \sqrt{2}, \quad x =$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \quad x = 2 + \sqrt{5} \text{ 의 4개}$$