

1. 첫째항이 -10 , 공차가 -3 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

- ① $-3n - 7$ ② $-3n - 5$ ③ $-n - 7$
④ $-n - 5$ ⑤ $-n + 3$

해설

$$a_n = -10 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n - 7$$

2. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로

$$2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$$

3. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 3^{2n+1}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항과 공비 r 을 차례대로 구하면?

- ① $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}, 3$ ③ $\frac{9}{2}, 9$ ④ $\frac{1}{6}, 9$ ⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$a_1 = \frac{1}{6} \cdot 3^3 = \frac{9}{2}, \quad \frac{1}{6} \cdot 3^5 = \frac{81}{2}$$

$$\therefore r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{81}{2}}{\frac{9}{2}} = 9$$

$$\therefore a_1 = \frac{9}{2}, \quad r = 9$$

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4a_5a_6 = 125$ 일 때, a_5 의 값은?

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_4a_5a_6 = ar^3 \cdot ar^4 \cdot ar^5 = a^3r^{12} = (ar^4)^3 \text{ 이므로}$$

$$(ar^4)^3 = 125 = 5^3$$

$$\therefore a_5 = ar^4 = 5$$

5. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

- ① 511 ② 512 ③ 1023 ④ 1024 ⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

6. 양수 a 에 대하여 $(a^{2\sqrt{3}})^{\sqrt{2}} \div (a^{-\sqrt{54}})$ 를 간단히 하면?

- ① $a^{\sqrt{\frac{7}{2}}}$ ② $a^{\sqrt{2}}$ ③ $a^{-\sqrt{16}}$ ④ $a^{5\sqrt{6}}$ ⑤ a^{36}

해설

지수를 따로 써 보면

$$2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{54} = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$$

$$= 5\sqrt{6}$$

$$\therefore a^{5\sqrt{6}}$$

7. $x = 2$ 일 때, x^{x^x} 의 값을 구하면?

① 2^2

② 2^4

③ 2^8

④ 2^{16}

⑤ 2^{32}

해설

$$x^{x^x} = 2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$$

8. $1 + \log_9 12 - \log_9 4$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\log_9 12 - \log_9 4 &= 1 + \log_9 9 + \log_9 12 - \log_9 4 \\ &= \log_9 (9 \times 12 \div 4) \\ &= \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

9. $(\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\log_3 2$ ⑤ $\log_2 3$

해설

$$\begin{aligned} & (\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75 \\ &= (\log_3 2)(\log_2 5) - \log_9 75 \\ &= \log_3 5 - \frac{1}{2} \log_3 75 \\ &= \log_3 \frac{5}{5\sqrt{3}} \\ &= \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

- ① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659
- ② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341
- ③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659
- ④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341
- ⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned} -2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659 \end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

11. 다음 ()안에 알맞은 것은?

1-2i, 2-4i, 3-8i, 4-16i, (),...

- ① 5-18i

② 5-20i

③ 5-24i

④ 5-32i

⑤ 5-64i

해설

주어진 복소수의 배열을 $a_1 + b_1i, a_2 + b_2i, a_3 + b_3i, a_4 + b_4i, \dots$ 와 같이 생각한다면 (단, a_k, b_k 는 실수)
수열 $\{a_n\}$ 의 배열은 1, 2, 3, 4, (), ... 이고
수열 $\{b_n\}$ 의 배열은 -2, -4, -8, -16, (), ... 이다.
따라서 구하는 것은 다섯 번째 수이므로 $5 - 32i$ 이다.

12. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

$$\text{따라서 20번째 항은 } 3 \times 20 + 2 = 62$$

13. 등차수열 $10, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}, -390$ 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} b_1 &= 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, \\ b_{100} &= a_{99}, b_{101} = -390 \\ \therefore b_{101} &= 10 + (101 - 1) \cdot d = -390 \\ 100d &= -400 \\ \therefore d &= -4 \end{aligned}$$

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

15. 첫째항이 1, 공비가 8인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \log_2 a_n$ 으로 정의할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$$\begin{aligned} a_n &= 8^{n-1} = (2^3)^{n-1} = 2^{3n-3} \\ b_n &= \log_2 a_n = \log_2 2^{3n-3} \\ b_n &\text{은 첫째항이 } 0, \text{ 공차가 } 3 \text{인 등차수열} \\ \therefore S_{10} &= \frac{10 \{2 \cdot 0 + (10-1) \cdot 3\}}{2} \\ &= 5 \cdot 27 = 135 \end{aligned}$$

16. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$$\begin{aligned} n \geq 2 \text{ 일 때, } a_n &= S_n - S_{n-1} \text{ 이므로} \\ a_n &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3} \\ &= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3} \\ &= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3} \\ &= n(n+1) \\ \therefore a_{15} &= 15 \times 16 = 240 \end{aligned}$$

17. 세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2x = 1 + 5 = 6 \quad \therefore x = 3$$

세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이루므로 $y^2 = 5$

$$\text{따라서 } x^2 + y^2 = 14$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}$, $S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$
이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

19. $\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 470

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2 &= (\sum_{k=1}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2) - \sum_{k=1}^{10} k^2 \\ &= \sum_{k=1}^{15} k^2 - 2 \sum_{k=1}^{10} k^2 \\ &= \frac{15 \cdot 16 \cdot 31}{6} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 470\end{aligned}$$

20. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \sum_{j=1}^{10} j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) = 385 \end{aligned}$$

21. $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{101}{100}$

② $\frac{100}{101}$

③ $\frac{200}{201}$

④ $\frac{110}{101}$

⑤ $\frac{201}{200}$

해설

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \text{ 이므로}$$

$$\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots +$$

$$\left(\frac{1}{199} - \frac{1}{200}\right) + \left(\frac{1}{200} - \frac{1}{201}\right)$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{201} = \frac{200}{201}$$

22. 다음 수열에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.

1, 2, 4, 7, 11, a , b , ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

$\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$

 1 2 3 4 5 6

$\therefore a = 16, b = 22$

$a + b = 16 + 22 = 38$

23. 다음 수열의 □안에 알맞은 두 수의 합을 구하면?

$\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}, \square, \square, \dots$

- ① $\frac{4}{21}$
- ② $\frac{8}{21}$
- ③ $\frac{10}{21}$
- ④ $\frac{14}{21}$
- ⑤ $\frac{16}{21}$

해설

균으로 나눠 보면
 $\frac{1}{1}/\frac{1}{3}, \frac{2}{2}/\frac{3}{1}, \frac{1}{5}/\frac{2}{4}, \frac{3}{3}/\frac{4}{2}, \frac{5}{1}/$
따라서 $\frac{1}{7}, \frac{2}{6}$ 가 됨을 알 수 있다.
 $\frac{1}{7} + \frac{2}{6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{10}{21}$

24. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 에서

$$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$$

$$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$$

25. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} &= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64} \\ &= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12\end{aligned}$$

26. $\log_8 3 = p$, $\log_3 5 = q$ 일 때, $\log_{10} 5$ 를 p, q 로 나타내면?

① pq

② $\frac{p-q}{3}$

③ $\frac{2pq}{p+q}$

④ $\frac{3pq}{1+3pq}$

⑤ $\sqrt{p^2+q^2}$

해설

$$\log_8 3 = \log_{2^3} 3 = \frac{1}{3} \log_2 3 = p$$

$$\therefore \log_2 3 = 3p$$

$$\log_{10} 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 10} = \frac{\log_3 5}{\log_3 5 + \log_3 2} = \frac{q}{q + \frac{1}{3p}}$$

$$= \frac{3pq}{3pq+1}$$

27. $\frac{1}{2} \log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$ 일 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$$

$$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$$

28. 수열 $1 \cdot 1, 2 \cdot 3, 3 \cdot 5, 4 \cdot 7, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

② $\frac{1}{6}n(n+1)(2n-2)$

③ $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

④ $\frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$

⑤ $\frac{1}{6}n(n+1)(4n+1)$

해설

주어진 수열의 일반항을 a_k 라 하면

$$a_k = k(2k-1) = 2k^2 - k$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n (2k^2 - k)$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1) \{2(2n+1) - 3\}$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$$

29. 2^n 을 3으로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{12} a_k$ 의 값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$a_1 = 2^1$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_1 = 2$
 $a_2 = 2^2$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_2 = 1$
 $a_3 = 2^3$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_3 = 2$
 $a_4 = 2^4$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_4 = 1$
 $a_5 = 2^5$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_5 = 2$
즉 a_n 은 n 이 홀수일 때는 2
 n 이 짝수일 때는 1
 $\sum_{k=1}^{12} a_k = 6 \cdot (2 + 1) = 6 \cdot 3 = 18$

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$ 의 두 근 α_n, β_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{31}{21}$ ④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \sum_{n=1}^{10} \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n \cdot \beta_n} \\ &= \sum_{n=1}^{10} \frac{-4}{-(2n-1)(2n+1)} \\ &= 4 \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{40}{21} \end{aligned}$$

31. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 일 때,
 $30a_{30} - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{29})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} & 30a_{30} - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{29}) \\ &= a_{30} + (a_{30} - a_1) + (a_{30} - a_2) + \cdots + (a_{30} - a_{29}) \\ &= 1 + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + \cdots + 30 \times \frac{1}{30} = 30 \end{aligned}$$

32. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제 10항은?

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$a_{n+1} - a_n = 2 \text{의 양변에}$$
$$n = 1, 2, 3, \dots, (n-1) \text{을 대입하여 변끼리}$$
$$\text{더하면}$$
$$a_2 - a_1 = 2$$
$$a_3 - a_2 = 2$$
$$a_4 - a_3 = 2$$
$$\vdots$$
$$\text{+) } a_n - a_{n-1} = 2$$
$$a_n - a_1 = 2(n-1)$$
$$\therefore a_n = a_1 + 2(n-1) = 2n + 1$$
$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 + 1 = 21$$

해설

첫째항이 3, 공차가 2인 등차
수열이므로 $a_n = 2n + 1$
 $\therefore a_{10} = 2 \times 10 + 1 = 21$

33. $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n + n^2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 290

해설

$a_{n+1} = a_n + n^2$ 의 n 에 $n = 1, 2, 3, \dots, 9$ 를 차례로 대입하여
변끼리 더하면

$$\begin{array}{r} a_1 = a_1 + 1^2 \\ a_2 = a_1 + 1^2 + 2^2 \\ a_3 = a_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 \\ \vdots \\ +) a_{10} = a_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 9^2 \\ \hline a_{10} = a_1 + (1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 9^2) \\ = 5 + \frac{9 \cdot 10 \cdot 19}{6} \\ = 290 \end{array}$$

34. $a_1 = 110$ 인 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족한다.

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_n = n^2 a_n \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$S_{n-1} = (n-1)^2 a_{n-1} \quad (n \geq 2) \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $S_n - S_{n-1} = a_n$ 이므로

$$a_n = n^2 a_n - (n-1)^2 a_{n-1}$$

$$a_{n+1} = \frac{n}{n+2} a_n \quad (n \geq 1)$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= a_1 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} \times \cdots \times \frac{n-2}{n} \times \frac{n-1}{n+1} \quad \therefore a_{10} = 110 \times \\ &= 110 \times \frac{2}{n(n+1)} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{110} = 2$$

35. 다음은 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$a_{n+1} - \boxed{\text{(가)}} = \frac{1}{2}(a_n - \boxed{\text{(가)}})$$

$$a_n = \boxed{\text{(가)}} + (a_1 - \boxed{\text{(가)}})(\boxed{\text{(나)}})^{n-1}$$

- ① $1, \frac{1}{2}$

② $1, 2$

③ $2, \frac{1}{2}$

④ $2, 2$

⑤ $3, \frac{1}{2}$

해설

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$$

$$a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

이때, 수열 $\{a_n - 2\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 2$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$a_n - 2 = (a_1 - 2)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 2 + (a_1 - 2)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \text{(가)} = 2, \text{(나)} = \frac{1}{2}$$

36. $A = (\log_3 9)(\log_4 9 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3})$, $B = (\log_{\sqrt{3}} 5 + \log_9 5)(\log_5 64 + \log_{25} 8)$

일 때, AB 의 값은?

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{74}{5}$ ③ $\frac{49}{3}$ ④ 67 ⑤ 75

해설

$$\begin{aligned} A &= (\log_3 9)(\log_4 9 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}) \\ &= (\log_3 3^2)(\log_4 3^2 + \log_{2^{-1}} 3^{-1}) \\ &= (2 \log_3 3^2)(\frac{2}{2} \log_2 3 + \frac{-1}{-1} \log_2 3) \\ &= 2(\log_2 3 + \log_2 3) = 2 \cdot \log_2 3 = 4 \log_2 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (\log_{\sqrt{3}} 5 + \log_9 5)(\log_5 64 + \log_{25} 8) \\ &= (\log_{3^{\frac{1}{2}}} 5 + \log_{3^2} 5)(\log_5 2^6 + \log_{5^2} 2^3) \\ &= (2 \log_3 5 + \frac{1}{2} \log_3 5)(6 \log_5 2 + \frac{3}{2} \log_5 2) \\ &= \frac{5}{2} \log_3 5 \cdot \frac{15}{2} \log_5 2 \\ &= \frac{75}{4} \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 2 \\ &= \frac{75}{4} \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 5} \\ &= \frac{75}{4} \cdot \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} = \frac{75}{4} \log_3 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB &= 4 \log_2 3 \cdot \frac{75}{4} \log_3 2 \\ &= 4 \cdot \frac{75}{4} \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 2 = 75 \end{aligned}$$

37. $\log \frac{x}{4.71} = 1.9812$ 를 만족하는 양수 x 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	...
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	...
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$ 의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \frac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$ 이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$ 이므로 $x = 451$

38. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 일 때, 3^4 는 몇 자리 정수인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\log 3^4 = 4 \log 3$
 $= 4 \times 0.4771 = 1.9084$
따라서 $\log 3^4$ 의 지표는 1 이므로 3^4 은 2자리 정수이다.

39. 등차수열 $\log 100, \log \frac{100}{2}, \log \frac{100}{4}, \log \frac{100}{8}, \dots$ 은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음으로 음수가 되는가?
- ① 제 11 항 ② 제 13 항 ③ 제 15 항
④ 제 17 항 ⑤ 제 19 항

해설

주어진 등차수열의 각 항을 정리해서 나열해 보면
 $2, 2 - \log 2, 2 - 2\log 2, 2 - 3\log 2, \dots$
즉, 이 수열은 첫째항이 2이고, 공차가 $-\log 2$ 인 등차수열이므로
첫째항부터 제 n 항까지의 합이 음수가 되려면
$$\frac{n\{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot (-\log 2)\}}{2} < 0$$
$$n\{(-\log 2)n + (4 + \log 2)\} < 0$$
$$n\{(\log 2)n - (4 + \log 2)\} > 0$$
$$n > \frac{4 + \log 2}{\log 2} = \frac{4.3010}{0.3010} = 14. \times \times \times$$
따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제15항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

40. 연이율 5%의 복리로 이자를 계산하는 정기예금에 1000 만 원을 20 년 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라. (단, $\log 1.05 = 0.02$, $\log 2.51 = 0.40$ 으로 계산한다.)
- ① 2100만원 ② 2110만원 ③ 2130만원
- ④ 2150만원 ⑤ 2170만원

해설

1000만원을 20년 동안 연이율의 5%의 복리로 예금하였을 때의 원리합계는

$1000(1 + 0.05)^{20} = 1000 \times 1.05^{20}$ (만원)

1.05^{20} 에 상용로그를 취하면

$\log 1.05^{20} = 20 \log 1.05 = 20 \times 0.02 = 0.4$

이때, $\log 2.51 = 0.40$ 이므로 $1.05^{20} = 2.51$

따라서 구하는 원리합계는 $1000 \times 2.51 = 2150$ (만원)

41. 일차 이상의 다항식 $f(x) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n$ 을 $3x - 1$ 로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 $\frac{p}{4} - \frac{1}{q} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ (p, q 는 자연수)로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$f(x)$ 를 $3x - 1$ 로 나눈 나머지는

$$a_n = f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$= \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^k \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times 10 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= 15 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$= \frac{59}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$\therefore p + q = 59 + 4 = 63$$

42. 첫째항이 1000이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 곱을 Π_n , 즉, $\Pi_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ 이라 할 때, Π_n 이 최대가 될 때의 n 의 값은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

해설

첫째항이 1000이고, 공비가 $\frac{1}{2}$ 이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 1000 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

어떤 수에 1보다 큰 값을 곱하면 곱은 커지고, 1보다 작은 값을 곱하면 곱이 작아지므로

$a_n \geq 1$ 인 모든 항들을 곱할 때 Π_n 은 최댓값을 갖는다.

따라서, $a_n = 1000 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 에 대하여

$$\left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512}, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} \text{이므로}$$

$n-1 \leq 9$, 즉, $n \leq 10$ 일 때, $a_n \geq 1$ 을 만족한다.

그러므로 Π_n 이 최대가 될 때의 n 의 값은 10이다.

43. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1, a_2 = 3$ 이고,
 $2\log a_{n+1} = \log a_n + \log a_{n+2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 를 만족할 때, $a_5 + \sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

① 196 ② 198 ③ 200 ④ 202 ⑤ 204

해설

$$2\log a_{n+1} = \log a_n + \log a_{n+2} \text{에서}$$

$$\log a_{n+1}^2 = \log a_n a_{n+2}$$

$$\therefore a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$$

따라서, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 첫째항은 1, 공비는 $\frac{3}{1} = 3$

이므로

$$\therefore a_n = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1}$$

$$a_5 + \sum_{k=1}^5 a_k = 3^4 + \frac{1 \cdot (3^5 - 1)}{3 - 1}$$

$$= 81 + 121 = 202$$

44. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 자연수)이다. 이때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n(n+1)} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 의 제차수열의 일반항은 $\frac{1}{n(n+1)}$ 이다.

$$\begin{aligned} a_n &= 5 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(k+1)} = 5 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= 5 \\ &+ \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) \right\} \\ &= 5 + 1 - \frac{1}{n} = 6 - \frac{1}{n} \end{aligned}$$

따라서, $a_{10} = \frac{59}{10}$ 이므로 $m+n = 69$

45. 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ -8 의 세제곱근은 $\sqrt[3]{-8}$ 이다.
- ㉡ $\sqrt[4]{(-3)^4} = 3$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 일 때, $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ 이다.
- ㉤ n 이 2 이상인 홀수일 때, 실수 a 에 대하여 $x^n = a$ 를 만족하는 실수 x 는 1개다.
- ㉥ $a < 0$ 일 때, $\sqrt[4]{a^4} + \sqrt[3]{(-a)^3} = 0$ 이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

- ㉠ (거짓) -8 의 세제곱근은 $\sqrt[3]{-8}, 1 \pm \sqrt{3}i$ 이다.
- ㉡ (참)
- ㉢ (참)
- ㉤ (참)
- ㉥ (거짓) $(-a) + (-a) = -2a$

46. $\frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{1}{11}$ 일 때, $9^x + 9^{-x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{30}$

해설

$$\frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{1}{11} = \frac{(3^x - 3^{-x})3^x}{(3^x + 3^{-x})3^x} = \frac{3^{2x} - 1}{3^{2x} + 1} = \frac{9^x - 1}{9^x + 1} = \frac{1}{11}$$

$$11(9^x - 1) = 9^x + 1$$

$$10 \times 9^x = 12$$

$$9^x = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 9^x + 9^{-x} = \frac{6}{5} + \frac{5}{6} = \frac{61}{30}$$

47. $42^a = 7$, $42^b = 3$ 일 때, $14^{\frac{a+b}{1-b}}$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 14

⑤ 21

해설

$42^a = 7$, $42^b = 3$ 에서 두 식을 곱하면 $42^{a+b} = 21 \cdots \text{㉠}$

$42^b = 3$, $42 \div 42^b = 42 \div 3$ 이므로 $42^{1-b} = 14 \cdots \text{㉡}$

㉡에서 $42 = 14^{\frac{1}{1-b}}$, $42^{a+b} = (14^{\frac{1}{1-b}})^{a+b} = 14^{\frac{a+b}{1-b}}$

㉠에서 $42^{a+b} = 21$ 이므로 $14^{\frac{a+b}{1-b}} = 21$

48. A 지역과 B 지역의 바다에서는 바닷물 속으로 내려갈수록, 빛의 세기가 각각 일정한 비율로 감소한다. A 지역의 바다에서는 빛이 바닷물 속을 200m 통과할 때마다 빛의 세기가 84 % 씩 감소하였고, B 지역의 바다에서는 바닷물 속을 150m 통과할 때마다 빛의 세기가 84 % 씩 감소하였다. 빛이 바닷물 속을 600m 통과할 때, A 지역과 B 지역에서 빛의 세기의 비를 구하면?(단, B 지역의 해수면의 빛의 세기는 A 지역의 해수면의 빛의 세기의 2배이다.)

- ① 25 : 4
- ② 25 : 6
- ③ 25 : 7
- ④ 25 : 8
- ⑤ 25 : 9

해설

A 지역의 해수면에서의 빛의 세기를 a 라 하면 B 지역의 해수면의 빛의 세기는 $2a$ 이다.

A 지역의 빛의 세기	a		$a(0.16)$	
수심	0	150	200	300
B 지역의 빛의 세기	$2a$	$2a(0.16)$		$2a(0.16)^2$

A 지역의 빛의 세기	$a(0.16)^2$		$a(0.16)^3$
수심	400	450	600
B 지역의 빛의 세기		$2a(0.16)^3$	$2a(0.16)^4$

또한 A 지역은 200m마다 빛의 세기가 84 % 씩 감소하므로 600m에서의 빛의 세기는 $(0.16)^3a$ 이며, B 지역은 150m마다 빛의 세기가 84 % 씩 감소하므로 600m에서의 빛의 세기는 $(0.16)^4 \cdot 2a$ 이다.

따라서, 빛이 600m를 통과할 때, A 지역과 B 지역에서 빛의 세기의 비는

$(0.16)^3a : (0.16)^4 \cdot 2a = 1 : 0.16 \times 2 = 100 : 32 = 25 : 8$

49. $\log x$ 의 정수 부분이 3이고 $\log x$ 의 정수 부분과 $\log \frac{1}{x^2}$ 의 소수 부분이 같도록 하는 모든 x 의 값들의 곱은? (단, $\log x$ 의 소수 부분은 0이 아니다.)

- ① $10\frac{19}{4}$ ② $10\frac{17}{3}$ ③ $10\frac{20}{3}$ ④ 10^7 ⑤ $10\frac{31}{4}$

해설

$\log x$ 의 정수 부분이 3이고 $\log x$ 의 소수 부분은 0이 아니므로
 $3 < \log x < 4 \cdots \textcircled{1}$

$\log x$ 와 $\log \frac{1}{x^2}$ 의 소수 부분이 같으므로 $\log x - \log \frac{1}{x^2}$ 는 정수이어야 한다.

$$\log x - \log \frac{1}{x^2} = \log x + 2\log x = 3\log x (\text{정수})$$

$\textcircled{1}$ 에 의하여 $9 < 3\log x < 12$ 이므로

$$3\log x = 10 \text{ 또는 } 3\log x = 11$$

$$\log x = \frac{10}{3} \text{ 또는 } \log x = \frac{11}{3}$$

$$\therefore x = 10^{\frac{10}{3}} \text{ 또는 } x = 10^{\frac{11}{3}}$$

따라서 구하는 x 값들의 곱은

$$10^{\frac{10}{3}} \cdot 10^{\frac{11}{3}} = 10^{\frac{21}{3}} = 10^7$$

50. 전파가 어떤 벽을 투과할 때 전파의 세기가 A 에서 B 로 바뀌면, 그 벽의 전파감쇄비 F 는 $F = 10 \log \left(\frac{B}{A} \right)$ (데시벨)로 정의한다. 전파감쇄비가 -7 (데시벨)인 벽을 투과한 전파의 세기는 투과하기 전 세기의 몇 배인가? (단, $10^{\frac{3}{10}} = 2$ 로 계산한다.)

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$$-7 = 10 \log \frac{B}{A}$$

$$-\frac{7}{10} = \log \frac{B}{A}$$

$$\frac{B}{A} = 10^{-\frac{7}{10}} = 10^{-1} \times 10^{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10} \times 2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$