1. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $3a$ ② $-3a$ ③ a ④ $-a$ ⑤ $5a$

해설

$2a < 0$, $-a > 0$ 이므로

$\sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2}$

$= -2a - (-a) = -2a + a = -a$

2. 다음 보기에서 무리수를 모두 고른 것은?

보기

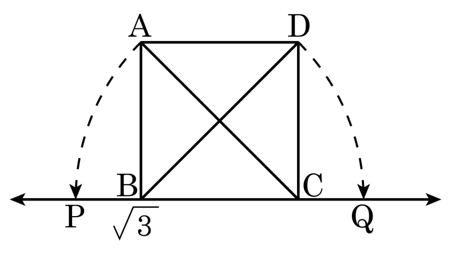
$\sqrt{0}$, $\sqrt{3.6}$, $0.2\dot{9}$, $-\frac{2}{5}$
$\sqrt{4}$, $-\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{\frac{9}{64}}$, π

① $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}$
② $-\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{\frac{9}{64}}$
③ $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$
④ $\sqrt{3.6}$, $-\sqrt{\frac{1}{10}}$, π
⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{3.6}$, $-\sqrt{\frac{1}{10}}$, π

해설

$\sqrt{0}=0$, $0.2\dot{9}=$ 순환소수(유리수), $-\frac{2}{5}$(유리수)
$\sqrt{4}=2$, $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?

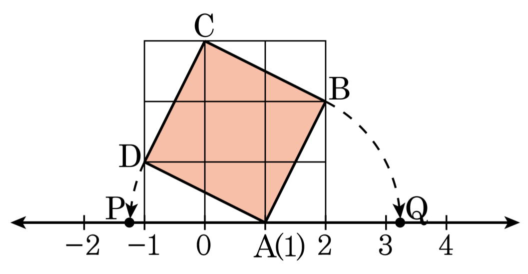


① $2\sqrt{3}$　② $-1+2\sqrt{2}$　③ $-1+2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$　⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3}+1$) 이다.
정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3}+1-\sqrt{2}$) 이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?



① -4　② 2　③ $2\sqrt{5}$

④ $1-\sqrt{5}$　⑤ $1+\sqrt{5}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $9-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$

$\therefore$ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$

$\overline{AD}=\overline{AP}=\sqrt{5}$, $\overline{AB}=\overline{AQ}=\sqrt{5}$

점 P 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 작은 수, 점 Q 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 큰 수

$a=1-\sqrt{5}$, $b=1+\sqrt{5}$

$\therefore\ a+b=2$

5. 다음 세 수 a , b , c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$a = \sqrt{3} + 3$, $b = 5 - \sqrt{2}$, $c = 4$

① $a < b < c$　② $b < a < c$　③ $b < c < a$
④ $c < a < b$　⑤ $c < b < a$

해설
$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0$, $b < c$
$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0$, $a > c$
$\therefore b < c < a$

6. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$0,\ \sqrt{2},\ \sqrt{1},\ -\sqrt{0.02},\ \sqrt{0.003},\ \sqrt{\dfrac{121}{100}}$

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3개

해설

$0,\ \sqrt{1}=1,\ \sqrt{\dfrac{121}{100}}=\dfrac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

7. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은
$\sqrt{11+x}=\sqrt{81}$ $\therefore x=70$
$\sqrt{11+x}=\sqrt{100}$ $\therefore x=89$
$\sqrt{11+x}=\sqrt{121}$ $\therefore x=110$
110 은 세자리 수 이므로 $x=89$ 이다.

8. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$9 < \sqrt{2x+30} < 12$

$2x + 30 = 10^2 = 100,\ x = 35$

$2x + 30 = 11^2 = 121,\ x = 45.5$

9. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-}x)=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-}x$ 이다.

$\Rightarrow\ 2\sqrt{2\times3}\times\sqrt{16-}x$

$16-x=6\times1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

10. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3}$, $\quad -\sqrt{2}$, $\quad 2$, $\quad 1$, $\quad -\sqrt{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$, 1, $\sqrt{3}$, 2 의 순서이다.

11. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3},\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ -\sqrt{12},\ -2,\ \sqrt{0.6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6},\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ \frac{1}{3},\ -2,\ -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

12. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

① $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수
② $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 있는 수
③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
⑤ $\frac{b}{a}$ $(b \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수이다.

13. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

② $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.

③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.

④ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

⑤ π는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
② 2 와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
③ 1 과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
④ ○ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
⑤ π 는 $3.14\cdots$ 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

15. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\frac{\pi}{4}$는 유리수가 아니다.

㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.

㉢ $1-\sqrt{7}$, $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$, π는 모두 무리수이다.

㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.

㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

㉡ 순환소수는 유리수이다.
㉢ $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$는 유리수이다.
㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

16. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a, $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$

$\therefore\ a = -1$

$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3\times 12} = 6\times 6 = 36 = (\pm 6)^2$

$\therefore\ b = +6$

$3a+2b = 3\times(-1) + 2\times 6 = -3 + 12 = 9$

17. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$
㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$	㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$
㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$	

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$

$= 10 \times (-10a) = -100a$

18. 다음의 두 식 $A,\ B$에 대하여 $A+B$를 계산하여라.

$$\mathrm{A} = \sqrt{\left(3-\sqrt{10}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}$$
$$B = \sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(2\sqrt{2}-2\right)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3 < \sqrt{10},\ 2 < 2\sqrt{2} < 3$

$A = -\left(3-\sqrt{10}\right) - \left(\sqrt{10}-3\right) = 0$

$B = \left(3-2\sqrt{2}\right) + \left(2\sqrt{2}-2\right) = 1$

$\therefore A+B = 0+1 = 1$

19. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-\left(\sqrt{8}+3\right)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

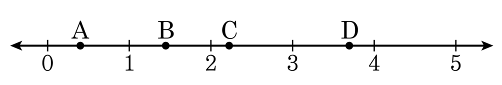
$\sqrt{2}+2-\left(\sqrt{3}-1\right)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

20. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2$: $\mathrm{B}=\sqrt{2}$

$0<\sqrt{2}-1<1$: $\mathrm{A}=\sqrt{2}-1$

$a+b=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4$: $\mathrm{D}=\sqrt{3}+2$

$2<4-\sqrt{3}<3$: $\mathrm{C}=4-\sqrt{3}$

$c+d=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

21. $\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a}$, $\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b$ 일 때, $10a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $10a - b = -1$

해설

$\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a}$,

$\frac{40^8}{100^4} = \frac{2^{24} \times 5^8}{2^8 \times 5^8} = 2^{16} = \sqrt{2^{32}} = \sqrt{16^8}$

$\therefore\ a = 8$

$\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b,\ \sqrt{9^4} = 9^2 = 81 \qquad \therefore\ b = 81$

$\therefore 10a - b = 80 - 81 = -1$

22. $a-3b<2(a-2b)$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a-2b$

해설

$a-3b<2(a-2b)$ 에서 $a>b$ 이므로,

$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}=a-b-b+a=2a-2b$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3　② 6　③ 9　④ 33　⑤ 69

해설

$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$

$\therefore\ xy = 70$

$(x,\ y) = (1,\ 70),\ (2,\ 35),\ (5,\ 14),\ (7,\ 10),$
$(10,\ 7),\ (14,\ 5),\ (35,\ 2),\ (70,\ 1)$

따라서 $|x-y|$의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

24. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{|5-3x|} < 4$ ㉡ $2 < \sqrt{|1-x|} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{|2x-3|} < 2$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{|5-3x|} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < |5-3x| < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{|1-x|} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < |1-x| < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5,\ -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6,\ 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{|2x-3|} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < |2x-3| < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

25. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

$6 = \sqrt{36},\ 8 = \sqrt{64}$,
$\sqrt{a} = \sqrt{63},\ a = 63$,
$\sqrt{b} = \sqrt{37},\ b = 37$,
$\sqrt{a-b} = \sqrt{63-37} = \sqrt{26}$