

1. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $3a$

② $-3a$

③ a

④ $-a$

⑤ $5a$

해설

$2a < 0, -a > 0$ 이므로

$$\sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2}$$

$$= -2a - (-a) = -2a + a = -a$$

2. 다음 보기에서 무리수를 모두 고른 것은?

보기

$$\sqrt{0}, \sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$$
$$\sqrt{4}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}, \pi$$

① $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}$

② $-\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}$

③ $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$

④ $\sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

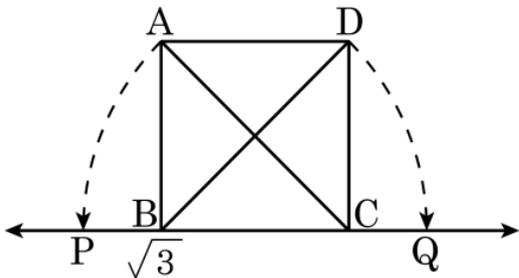
⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

해설

$$\sqrt{0} = 0, 0.2\dot{9} = \text{순환소수(유리수)}, -\frac{2}{5}(\text{유리수})$$

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



① $2\sqrt{3}$

② $-1 + 2\sqrt{2}$

③ $-1 + 2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

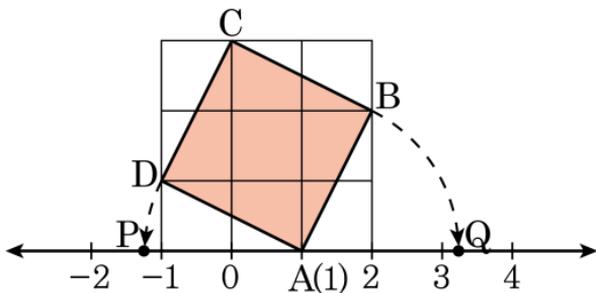
해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 $C(\sqrt{3} + 1)$ 이다.

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

따라서 점 P 의 좌표는 $P(\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2})$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



① -4

② 2

③ $2\sqrt{5}$

④ $1 - \sqrt{5}$

⑤ $1 + \sqrt{5}$

해설

$\square ABCD$ 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

$$\square ABCD \text{의 넓이는 } 9 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) = 5$$

$\therefore \square ABCD$ 의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$

$$\overline{AD} = \overline{AP} = \sqrt{5}, \overline{AB} = \overline{AQ} = \sqrt{5}$$

점 P 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 작은 수, 점 Q 는 A(1) 보다 $\sqrt{5}$ 만큼 큰 수

$$a = 1 - \sqrt{5}, b = 1 + \sqrt{5}$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$

$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$

$$\therefore b < c < a$$

7. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5

② 70

③ 81

④ 89

⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

8. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

9. $\sqrt{384 - 24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384 - 24x}$ 에서

$384 - 24x = 24(16 - x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)} = 2\sqrt{6} \times \sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{16-x}$

$16 - x = 6 \times 1^2 = 6$

$x = 10$ 이다.

$16 - x = 6 \times 2^2 = 24$ 는 $x < 0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x = 10$ 의 값 한 개뿐이다.

10. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$$\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 2, 1, -\sqrt{3}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

11. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

12. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

13. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

14. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ ○ 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ ○ π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

15. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

- ㉡ 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

16. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

17. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

18. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

19. $\sqrt{32} - 2$ 와 $\sqrt{8} + 3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2} + 2$ 와 $\sqrt{3} - 1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 7$

해설

$$\sqrt{32} - 2 - (\sqrt{8} + 3) < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{32} - 2 < \sqrt{8} + 3$$

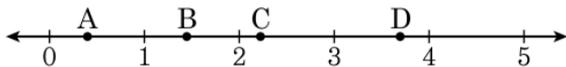
$$\sqrt{2} + 2 - (\sqrt{3} - 1) > 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2} + 2 > \sqrt{3} - 1$$

$$\text{두 수의 합은 } \sqrt{32} - 2 + \sqrt{2} + 2 = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

따라서 $a + b = 7$ 이다.

20. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
 ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
 ③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
 ④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
 ⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B = \sqrt{2}$$

$$0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A = \sqrt{2} - 1$$

$$a + b = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D = \sqrt{3} + 2$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C = 4 - \sqrt{3}$$

$$c + d = (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6$$

21. $\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a}$, $\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b$ 일 때, $10a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10a - b = -1$

해설

$$\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a},$$

$$\frac{40^8}{100^4} = \frac{2^{24} \times 5^8}{2^8 \times 5^8} = 2^{16} = \sqrt{2^{32}} = \sqrt{16^8}$$

$$\therefore a = 8$$

$$\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b, \quad \sqrt{9^4} = 9^2 = 81 \quad \therefore b = 81$$

$$\therefore 10a - b = 80 - 81 = -1$$

22. $a - 3b < 2(a - 2b)$ 일 때, $\sqrt{(a - b)^2} + \sqrt{(b - a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2a - 2b$

해설

$a - 3b < 2(a - 2b)$ 에서 $a > b$ 이므로,

$$\sqrt{(a - b)^2} + \sqrt{(b - a)^2} = a - b - b + a = 2a - 2b$$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 33

⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

24. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < |5-3x| < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < |1-x| < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < |2x-3| < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

25. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 \sqrt{a} , 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라.
(단, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{26}$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64},$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{63}, a = 63,$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{37}, b = 37,$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{63-37} = \sqrt{26}$$