

1. 첫째항이 -10 , 공차가 -3 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

- ① $-3n - 7$ ② $-3n - 5$ ③ $-n - 7$
④ $-n - 5$ ⑤ $-n + 3$

해설

$$a_n = -10 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n - 7$$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161,...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$

$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$

3. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로
 $2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$

4. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 + 7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{48}{10}$$

$$x + y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

5. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{ 2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3 \}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

6. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

7. 등차수열 $10, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}, -390$ 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} b_1 &= 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, \\ b_{100} &= a_{99}, b_{101} = -390 \\ \therefore b_{101} &= 10 + (101 - 1) \cdot d = -390 \\ 100d &= -400 \\ \therefore d &= -4 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2-6x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

9. 수열 $a, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, b, \dots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a+b$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\text{공차를 } d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

10. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

11. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8항

② 제 9항

③ 제 10항

④ 제 11항

⑤ 제 12항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, \quad 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

12. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64 ② 80 ③ 92 ④ 100 ⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{ 에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{ 에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

13. 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여 a, b, c 와 b^2, c^2, a^2 이 각각 이
순서대로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $0 < a < 10$)

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

a, b, c 가 등차수열을 이루므로 $2b = a + c \cdots \textcircled{A}$
 b^2, c^2, a^2 이 등차수열을 이루므로 $2c^2 = b^2 + a^2 \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면
$$2c^2 = \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + a^2$$
$$7c^2 - 2ac - 5a^2 = 0 \quad (7c + 5a)(c - a) = 0$$
$$\therefore c = -\frac{5}{7}a (\because c \neq a)$$
 a 가 7의 배수이고, $0 < a < 10$ 이므로
 $a = 7, c = -5, b = 1$
 $\therefore a + b + c = 7 + 1 + (-5) = 3$

14. 직각삼각형의 세 변의 길이 $a, b, 3$ 이 등차수열을 이룬다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, $a < b < 3$)

- ㉠ $\frac{21}{5}$ ㉡ $\frac{22}{5}$ ㉢ $\frac{23}{5}$ ㉣ $\frac{24}{5}$ ㉤ 5

해설

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$\frac{a+3}{2} = b$$

$$a^2 + \left(\frac{a+3}{2}\right)^2 = 9$$

$$a^2 + \frac{a^2 + 6a + 9}{4} = 9$$

$$4a^2 + a^2 + 6a + 9 - 36 = 0$$

$$5a^2 + 6a - 27 = 0$$

$$(a+3)(5a-9) = 0$$

$$a = \frac{9}{5} \quad (a > 0)$$

$$b = \frac{a+3}{2} = \frac{\frac{9}{5}+3}{2} = \frac{\frac{9+15}{5}}{2}$$

$$= \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore a + b = \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{21}{5}$$

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_4 = 24$, $S_{10} = 0$ 일 때, $S_n = -200$ 이 되는 n 의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 24 \quad \therefore 2a + 3d = 12 \cdots \textcircled{A}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 0 \quad \therefore 2a + 9d = 0 \cdots \textcircled{B}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = 9$, $d = -2$

$$\text{즉, } S_n = \frac{n\{2 \cdot 9 + (n-1)(-2)\}}{2} = -200 \text{에서}$$

$$n^2 - 10n - 200 = 0, \quad (n-20)(n+10) = 0$$

$$\therefore n = 20 \text{ 또는 } n = -10$$

이때, n 은 자연수이므로 $n = 20$

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\begin{cases} a_1 + a_7 + a_{13} = 12 \\ a_5 + a_{10} + a_{15} = 21 \end{cases}$ 이 성립할 때, $a_7 + a_{10}$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_1 + a_7 + a_{13} = a_1 + (a_1 + 6d) + (a_1 + 12d)$$

$$= 3a_1 + 18d = 12 \quad \therefore a_1 + 6d = 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_5 + a_{10} + a_{15} = (a_1 + 4d) + (a_1 + 9d) + (a_1 + 14d) = 3a_1 + 27d = 21$$

$$\therefore a_1 + 9d = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } d = 1, a_1 = -2$$

$$\therefore a_n = -2 + (n-1) \cdot 1 = n-3$$

$$\therefore a_7 + a_{10} = (7-3) + (10-3) = 11$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = -n^2 + 2n$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -280

해설

$$\begin{aligned} & a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}) \\ &= (-20^2 + 2 \times 20) - (-10^2 + 2 \times 10) \\ &= -360 - (-80) = -280 \end{aligned}$$

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$, $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 68$ 일 때, 첫째항과 공차의 곱은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 20$$

$$S_8 - S_4 = \frac{8(2a + 7d)}{2} - 20 = 68$$

$$2a + 3d = 10, \quad 2a + 7d = 22$$

두 식을 변끼리 빼면

$$4d = 12, \quad d = 3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times d = \frac{3}{2}$$

19. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 제 n 항까지의 합을 각각 A_n , B_n 이라 한다.
 $A_n : B_n = (3n + 6) : (7n + 2)$ 일 때, $a_7 : b_7$ 을 구하면? (단, n 은 자연수)

- ① 5 : 17
- ② 15 : 31
- ③ 17 : 9
- ④ 31 : 15
- ⑤ 49 : 50

해설

a_n 의 일반항을 $a + (n - 1)d_1$
 b_n 의 일반항을 $b + (n - 1)d_2$ 로 놓으면

$$A_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d_1\},$$

$$B_n = \frac{n}{2} \{2b + (n - 1)d_2\}$$

$$\frac{2a + d_1n - d_1}{2b + d_2n - d_2} = \frac{3n + 6}{7n + 2} = \frac{3kn + 6k}{7kn + 2k},$$

$$d_1 = 3k, \quad 2a - d_1 = 6k(k \text{는 비례상수})$$

$$\text{따라서 } 2a = 9k, \quad a = \frac{9}{2}k$$

$$\therefore a_n = \frac{9}{2}k + (n - 1)3k$$

$$d_2 = 7k, \quad 2b - d_2 = 2k, \quad b = \frac{9}{2}k$$

$$\therefore b_n = \frac{9}{2}k + (n - 1)7k$$

$$\begin{aligned} \therefore a_7 : b_7 &= \left(\frac{9}{2}k + 18k\right) : \left(\frac{9}{2}k + 42k\right) \\ &= \frac{45}{2}k : \frac{93}{2}k = 15 : 31 \end{aligned}$$

20. 12와 18로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13500

해설

12와 18로 나누어떨어지는 수는 12와 18의 최소공배수인 36으로 나누어떨어지는 수이므로 $36n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 36n \leq 1000$ 이므로

$$2.\times\times \leq n \leq 27.\times\times$$

$$\therefore n = 3, 4, 5, \cdots, 27$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } 36n = 108$$

$$n = 27 \text{ 일 때, } 36n = 972 \text{ 이므로}$$

조건을 만족하는 수열은 첫째항이 108, 끝항이 972, 항수가 $27 - 2 = 25$ 인 등차수열을 이룬다.

따라서 구하는 총합은

$$\frac{25(108 + 972)}{2} = 13500$$