**1.** 28 에 가능한 한 작은 자연수 $a$ 를 곱하여 어떤 자연수 $b$ 의 제곱이 되도록 할 때, $a$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서

$28 = 2^2 \times 7$

$a = 7$

$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$

$2^2 \times 7^2 = b^2$

$b = 2 \times 7 = 14$

**2.** $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 $A$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 10

**해설**

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 $A$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 5$ 이다.

**3.** 75 에 가능한 한 작은 자연수 $x$를 곱하여 어떤수 $y$ 의 제곱이 되게 하려고 한다. $y$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

**해설**

75 를 소인수분해하면 $75 = 3 \times 5^2$ 이므로
$(3 \times 5^2) \times x = y^2$ 을 만족하는 $x$ 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다.
따라서 $y = 15$ 이다.

**4.** 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$

곱해야 할 자연수를 $x$ 라 할 때,

$(2^3 \times 5) \times x = y^2$

$x = 2 \times 5,\ 2^3 \times 5,\ 2 \times 3^2 \times 5,\ 2^5 \times 5,\ 2 \times 5^3$

$\quad = 10,\ 40,\ 90,\ 160,\ 250,\ \cdots$

$x$ 는 300 이하의 자연수 이므로

10, 40, 90, 160, 250

**5.** $540 \times a = b^2$ 일 때, $a$ 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, $a$, $b$ 는 자연수)

① 24　　② 38　　③ 56　　④ 60　　⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

**6.** 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$

$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서

$n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로

$n$ 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$

$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$

$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$

$\therefore 35,\ 315$

**7.** 두 수 $2^3\times3^4\times7^c$, $2^a\times3^b\times7^4$ 의 최대공약수가 $2^2\times3^2\times7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

**해설**

최대공약수가 $2^2\times3^2\times7^2$ 이고
$2^3\times3^4\times7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
$2^a\times3^b\times7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^3\times3^4\times7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
$2^a\times3^b\times7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
$2^a\times3^b\times7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
$2^3\times3^4\times7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a=2,\ b=2,\ c=2$ 이다.

**8.** 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150,\ 2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3,\ 2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, $a$ 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 $b$ 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 $c$ 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 $d$ 는 1이어야 한다.
따라서 $a=3,\ b=1, c=1,\ d=1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5$ 이다.

**9.** 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

**10.** 네 변의 길이가 각각 $96\,\mathrm{m}$, $160\,\mathrm{m}$, $192\,\mathrm{m}$, $224\,\mathrm{m}$ 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 $20\,\mathrm{m}$ 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96+160+192+224=672\,(\mathrm{m})$ 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개)이다.

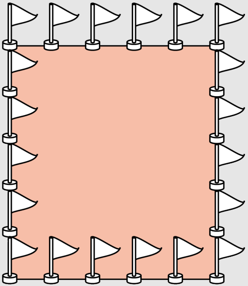
**11.** 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

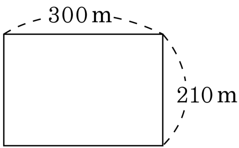
▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개이다.



**12.** 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?




① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루

④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)

세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)