1. 집합 $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{x|x$는 짝수$\}$

② $\{x|x$는 10 이하의 2의 배수$\}$

③ $\{x|x$는 9 이하의 짝수$\}$

④ $\{x|x$는 8 미만의 짝수$\}$

⑤ $\{x|x$는 10 미만의 2의 배수$\}$

해설

① $\{2, 4,\ 6,\ 8,\ 10, \cdots\}$
② $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\ \}$
③ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
④ $\{2,\ 4,\ 6\}$
⑤ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

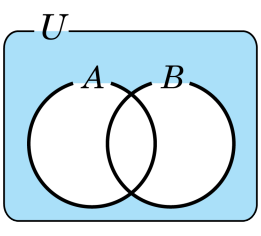
▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 5, 7\}$

해설

$A \cap B = \{2, 4, 8\}$ 이므로 $A - B = \{1, 5, 7\}$

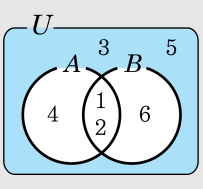
3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 6\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{3\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{6\}$ ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설

따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{3, 5\}$ 이다.



4. 명제 '$a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다'의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$이다　② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$이다　④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

$\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$

5. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대해 다음 중 옳은 것은?

① $\{1\} \in A$ ② $\{1, 2, \{1, 2\}\} \in A$

③ $\{1, 2, \{\varnothing\}\} \in A$ ④ $\varnothing \in A$

⑤ $\{1, 2\} \subset A$

해설

집합 A 에 1, 2 의 원소가 모두 있으므로 집합 $\{1,\ 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

6. 다음 중 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\varnothing$ ② $\{1,\ 3\}$

③ $\{3,\ 7\}$ ④ $\{x \mid x$는 9의 약수$\}$

⑤ $\{1,\ 5,\ 6\}$

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 이므로 $\{1,\ 5,\ 6\} \not\subset A$

7. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\varnothing$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.

③ 원소가 2 개인 집합A 의 부분집합은 2 개이다.

④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.

⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{2, 3, 6, 8, 9\}$, $B = \{1, 4, 5, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C$는?

① $\{4, 6, 8\}$ ② $\{6, 8, 9\}$ ③ $\{6, 9\}$

④ $\{3, 6, 8, 9\}$ ⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$A \cap B = \{6, 9\}$ 이고 C 와의 교집합은 $\{6, 9\}$ 이다.

9. 어느 학급의 학생 중 수영반에 들어 있는 학생이 20 명, 배드민턴반에 들어 있는 학생이 18 명, 수영반과 배드민턴반에 모두 들어 있는 학생이 6 명이다. 이때, 수영반이나 배드민턴반에 들어있는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 32 명

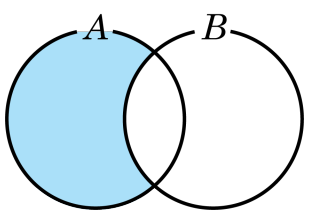
해설

수영반에 들어 있는 학생을 집합을 A 라 하고, 배드민턴반에 들어 있는 학생을 집합 B라고 하자.
수영반과 배드민턴반 모두 들어 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 6$ 이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 20 + 18 - 6$
$x = 32$

10. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.

보기

$n(A) = 25, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12$



▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

색칠한 부분은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 25 - 12 = 13$ 이다.

11. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

(i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\dfrac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\dfrac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\dfrac{1}{2-(-1)} = \dfrac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{3}} = \dfrac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\dfrac{1}{2-\dfrac{3}{5}} = \dfrac{5}{7} \in S, \cdots$

계속하면 $\dfrac{2n-1}{2n+1}$ $(n = 1, 2, 3 \cdots)$ 꼴의 수만 나타난다.

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

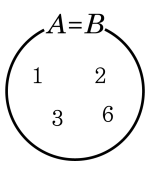
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로 $2^{(\text{홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수})} = 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$(개)

13. 다음 그림의 두 집합 A 와 B 의 관계가 옳은 것을 골라라.



㉠ $A \in B$	㉡ $A \subset B$
㉢ $B \subset A$	㉣ $A \neq B$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

두 집합 A, B는 $A = B$이므로 $A \subset B$이고 $B \subset A$이다. ㉠에서 기호 $\in$는 원소의 포함관계이므로 옳지 않고, $A = B$이므로 ㉣도 옳지 않다.

14. 정원이 50명인 어느 학급에서 국어, 영어, 수학 과목에 대하여 보충수업을 신청한 학생 수를 조사하였더니 두 과목 이상을 신청한 학생은 19명, 어느 과목도 신청하지 않은 학생은 7명이었다. 이 학급의 학생 중 한 과목만을 신청한 학생은 모두 몇 명인가?

① 24명 ② 25명 ③ 26명 ④ 27명 ⑤ 28명

해설

학생의 전체의 집합을 U, 국어, 영어, 수학 과목을 신청한 학생의 집합을 각각 A, B, C라 하면 $n((A \cup B \cup C)^c) = 7$, $n(A \cup B \cup C) = 50 - 7 = 43$
따라서 두 과목 이상을 신청한 학생의 집합을 P라 하면 $n(P) = 19$
이므로 한 과목만 신청한 학생 수는 $n(A \cup B \cup C) - n(P) = 43 - 19 = 24$

15. 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고, 명제 'p 이면 q 이다.' 가 거짓임을 보이기 위해 반례를 찾으려고 한다. 다음 중 그 반례가 속하는 집합은?

① $P-Q$ ② $Q-P$ ③ $P\cap Q$

④ $P^c\cap Q^c$ ⑤ $Q\cup P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 $P \not\subset Q$ 이고, 반례는 조건 p 는 만족하지만 조건 q 는 만족하지 않는 것이므로 $x \in P$ 이고 $x \notin Q$ 인 x 가 속하는 집합을 찾으면 된다. 즉, 반례는 집합 $P-Q$ 의 원소 중에서 찾으면 된다.

16. 명제 「$0 < x < 1$ 이면 $|x - a| < 1$ 이다.」가 참이 되도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구할 때 정수의 개수는 ?

① 1개 ② 2개 ③ 0개 ④ 3개 ⑤ 5개

해설

$|x - a| < 1$에서 $-1 < x - a < 1$

$\therefore a - 1 < x < a + 1$

$\{x \mid 0 < x < 1\} \subset \{x \mid a - 1 < x < a + 1\}$ 이어야 한다.

$\therefore a - 1 \le 0,\ a + 1 \ge 1$ 에서 $0 \le a \le 1$

$\therefore\ a = 0,\ 1$

∴정수의 개수는 2개

17. 두 명제 $p \to q$와 $\sim r \to p$가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $\sim p \to r$　② $\sim q \to r$　③ $q \to r$

④ $\sim q \to \sim p$　⑤ $\sim r \to q$

해설

① 명제$\sim r \to p$ 참이므로 대우인$\sim p \to r$ 도 참

②, ⑤

명제$p \to q$, $\sim r \to p$ 로부터 ⑤ $\sim r \to q$ 참이고, 대우인 ② $\sim q \to r$ 참이다.

④ $p \to q$ 이 참이므로 대우인 $\sim q \to \sim p$ 도 참이다.

18. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

> ㉠ 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.
>
> ㉡ 우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

① 어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

② 우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.

③ 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

④ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.

⑤ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다. 따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.

∴ 답 ④

19. 다음은 명제 「x, y가 정수일 때 xy가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

> 주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면 $x = 2m+1, y =$ (나)(m, n 은 정수) 이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn+m+n)+1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① x 또는 y 가 짝수, $2n$

② x , y 중 하나만 짝수, $2n$

③ x , y 중 하나만 홀수, $2n+1$

④ x , y 모두 홀수, $2n+1$

⑤ x , y 모두 짝수, $2n+1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m+1$, (나) : $y = 2n+1$ (m, n은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn+m+n)+1$ 이므로 xy는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

20. $x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \le a$ 이고, 충분조건이 $x \le b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \le b\} \subset \{x \mid x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3\} \subset \{x \mid x \le a\}$ 가 되어야 하므로

$\therefore a \ge 3,\ b \le -2$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.

$\therefore\ m + M = 3 + (-2) = 1$