

1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값은?

① $k = -1$

② $k = 1$

③ $k = -2$

④ $k = 2$

⑤ $k = 0$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 15 - k$ 가 완전제곱식이 되어야 하므로 $15 - k = 16$ 이다.

$$\therefore k = -1$$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.
- ③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.
- ④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.
- ⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

3. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

4. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 정리하면

$$4x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\therefore (\text{두 근의 합}) = -\left(-\frac{4}{4}\right) = 1$$

5. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

6. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$x = a$ 를 방정식에 대입하면 $2a^2 - a^2 - 2a = 0$, $a(a - 2) = 0$

$a > 0$ 이므로 $a = 2$

$a = 2$ 를 방정식에 대입하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = -1$

따라서 두 근의 합은 1이다.

7. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$ ㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$
 ㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$ ㉣ $x^2 + 6x = 9$
 ㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

$$\textcircled{㉠} \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉡} \quad x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉤} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0 \text{의 양변에 } 100 \text{을 곱하면}$$

$$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{5} \text{ (중근)}$$

8. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$

③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$

④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

9. 이차방정식 $x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -3 \pm \sqrt{21},$$

두 근 중 양수인 것은 $x = -3 + \sqrt{21}$,

따라서 $\alpha = -3 + \sqrt{21}$ 이다.

$$1 < -3 + \sqrt{21} < 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n = 1$$

10. 두 근이 $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -2

$$\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$$

11. 어떤 정사각형의 가로 길이를 4 cm 길게 하고, 세로의 길이를 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 81 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-6) = 39$
이므로

$$x^2 - 2x - 24 = 39$$

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x+7)(x-9) = 0$$

$$x = 9 \quad (\because x > 6)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

13. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

14. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

15. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 10명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수)이다.

16. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?

① 4월 1일

② 4월 2일

③ 4월 3일

④ 4월 4일

⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$x^2 = (x-1) + (x+1)$$

$$x^2 = 2x$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ (일)}$$

따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

17. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

18. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[x^2 - 5x]_1^a = 0$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$[x^2 - 5x]_1^a = 0$$

$$(a^2 - 5a) - (1 - 5) = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$(a - 1)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 4$$

$$\therefore a = 4 \quad (\because a > 1)$$

19. $x^2 - 2ax + 2a + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 이를 만족하는 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차방정식이 정수가 되기 위해서는 근의 공식을 사용하였을 때 근호 안에 들어가는 $b^2 - 4ac$ 이 완전제곱수이어야 한다.

$D/4 = a^2 - (2a + 6) = k^2$ (단, k 는 정수) 이므로

$a^2 - 2a + 1 - k^2 = 7$, $(a-1)^2 - k^2 = 7$, $(a+k-1)(a-k-1) = 7$
편의상 k 를 양의 정수라고 생각하면 $a+k-1 \geq a-k-1$ 이므로

$a+k-1$	7	-1
$a-k-1$	1	-7

$(a+k-1) + (a-k-1) = 1 + 7$ 에서 $a = 5$

$(a+k-1) + (a-k-1) = (-1) + (-7)$ 에서 $a = -3$

따라서 a 값들의 합은 $5 + (-3) = 2$ 이다.

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 p, q 가 p 는 약수가 2 개인 소수, q 는 홀수이고, $p^2 + q = 25$ 를 만족할 때, $\frac{b^2c + bc^2}{a^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18354

해설

$p^2 = 25 - q$ 이고 q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이다.

즉 p 도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로 $p = 2$

$$\therefore q = 21$$

따라서 이차방정식은

$$a(x - 2)(x - 21) = ax^2 - 23ax + 42a = 0$$

$$\therefore b = -23a, c = 42a$$

따라서

$$\begin{aligned} \frac{b^2c + bc^2}{a^3} &= \frac{bc(b + c)}{a^3} \\ &= \frac{-23a \times 42a \times (-23a + 42a)}{a^3} \\ &= (-23) \times 42 \times 19 \\ &= -18354 \end{aligned}$$