

1. 다음 중 옳은 것은?

① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.

② 1 의 제곱근은 1 개이다.

③ 음수의 제곱근은 존재한다.

④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

① (제곱근 6) = $\sqrt{6}$

② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.

③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

⑤ 7 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7}$ 이다.

2. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} < -2$

② $\sqrt{(-3)^2} < \sqrt{(-2)^2}$

③ $-\sqrt{12} < -4$

④ $3 < \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2}$

해설

① $-\sqrt{3} > -2 (= -\sqrt{4})$

② $\sqrt{(-3)^2} (= 3) > \sqrt{(-2)^2} (= 2)$

③ $-\sqrt{12} > -4 (= -\sqrt{16})$

④ $3 (= \sqrt{9}) > \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2} \left(= -\sqrt{\frac{1}{4}} \right)$

3. 다음 중 옳은 것은?

① 0 을 제외한 모든 수의 제곱근은 2 개이다.

② $\sqrt{(-4)^2}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$ 이다.

④ $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$ 이다.

⑤ π 는 유리수이다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.

③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

④ $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$

⑤ π 는 무리수이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 3$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{10}$$

해설

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$$

5. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

7. 다음 중 대소 비교를 올바르게 한 것은?

① $\sqrt{2} + 1 = 3$

② $\sqrt{2} < 1.4$

③ $1 > \sqrt{1}$

④ $\sqrt{15} < 14$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} < 2 + \sqrt{6}$

해설

① $\sqrt{2} + 1 < 3$

② $\sqrt{2} > 1.4$

③ $1 = \sqrt{1}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{6}$

8. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{3} + 0.09, \sqrt{3} + 0.5, \sqrt{2} + 0.5$$

$$\sqrt{2} + 0.09, \sqrt{2} + 0.9, \sqrt{3} + 0.7$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$$

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$$

$$\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$$

$$\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$$

9. $-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11} \times \sqrt{2}} \times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -8$$

10. $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{9b}{2a} - \frac{21a}{2b}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{7}$

③ $-2\sqrt{2} + \sqrt{7}$

④ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\frac{9b}{2a} - \frac{21a}{2b} &= \frac{9\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} - \frac{21\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \\ &= \frac{9\sqrt{21}}{2} - \frac{21\sqrt{21}}{2} \\ &= \frac{6\sqrt{21}}{2} - \frac{14\sqrt{21}}{2} = 0\end{aligned}$$

11. 제곱근표에서 $\sqrt{15} = 3.873$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.3873$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 1500

② 1.5

③ 0.15

④ 0.015

⑤ 0.0015

해설

$$\sqrt{15} = 3.873, \frac{\sqrt{15}}{10} = 0.3873 \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{10} = \sqrt{\frac{15}{100}}$$

$$\therefore a = \frac{15}{100} = 0.15$$

12. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

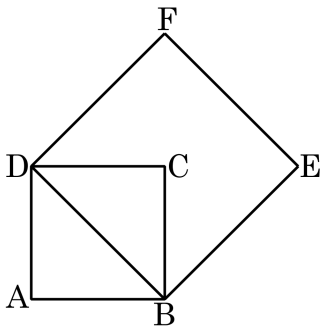
해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

14. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

15. $x = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}}, y = \frac{-1}{5 + 2\sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - 10x - 2y^2 - 20y - 13(x - y)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -129

해설

$$\begin{aligned}x &= 5 + 2\sqrt{6}, y = -(5 - 2\sqrt{6}) \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= x(x - 10) - 2y(y + 10) - 13(x - y) \\&= -1 - 2 \times (-1) - 130 \\&= 1 - 130 = -129\end{aligned}$$

16. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$$

$$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$$

(3) c 의 범위

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore b < a < c$$

17. 정수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$ 이라고 할 때, $f(-5)+f(-4)+\cdots+f(4)+f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$f(-5) = \sqrt{(-12) \times (-8) + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-4) = \sqrt{(-10) \times (-6) + 4} = 8 = 2 \times 4$$

$$\vdots$$

$$f(0) = \sqrt{(-4) + 4} = 0 = 2 \times 0$$

$$\vdots$$

$$f(5) = \sqrt{8 \times 12 + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-5) + f(-4) + \cdots + f(0) + \cdots + f(5)$$

$$= 2(5 + 4 + \cdots + 0 + 1 + \cdots + 5)$$

$$= 2 \times 30 = 60$$

18. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x + 3 < 2(x + 1) , x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1-x \\ &= -x-1+1-x \\ &= -2x\end{aligned}$$

19. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$2 < \sqrt{a+2b} < 3, \quad \sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$$

$$a+2b = 5, 6, 7, 8$$

$$(a, b) = (1, 2), (3, 1), (4, 1), (1, 3), (3, 2),$$

$$(5, 1), (2, 3), (4, 2), (6, 1)$$

따라서 9개이다.

20. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x 의 최댓값을 구하여라.
(단, $1 \leq y \leq 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5} \text{에서 } \sqrt{x} = 3\sqrt{5} + \sqrt{y}$$

$\sqrt{x}$ 와 $\sqrt{y}$ 를 계산할 수 있어야 하므로

$\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 꼴이 되어야 한다. (단, a 는 자연수이다.)

$$1 \leq y \leq 100 \text{ 이고 } \sqrt{y} = a\sqrt{5} \text{ 이므로 } y = 5a^2$$

$1 \leq y \leq 100$ 이고 5의 배수이다.

$$a = 1 \text{ 일 때, } y = 5 \times 1^2 = 5 \therefore y = 5, x = 80$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } y = 5 \times 2^2 = 20 \therefore y = 20, x = 125$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } y = 5 \times 3^2 = 45 \therefore y = 45, x = 180$$

$$a = 4 \text{ 일 때, } y = 5 \times 4^2 = 80 \therefore y = 80, x = 245$$

따라서 순서쌍 (x, y) 에서 x 의 최댓값은 245이다.