1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

2. 25 의 소인수의 개수와 156 의 소인수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로

25 의 소인수는 5, 156 의 소인수는 2, 3, 13

$\therefore 1 + 3 = 4$

3. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

4. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$21 = 7 \times 3 = (6+1) \times (2+1)$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore$ 4

5. 가로, 세로의 길이가 각각 48 m, 32 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14 m ② 16 m ③ 18 m ④ 20 m ⑤ 22 m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$48 = x \times \square,\ 32 = x \times \triangle$

x 는 48과 32의 최대공약수 이므로

$48 = 2^4 \times 3,\ 32 = 2^5$

$\therefore\ x = 2^4 = 16\ (\mathrm{m})$

6. 두 수 $2 \times a \times 7^2$ 과 $b \times 5 \times 7 \times 13$ 의 최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 13 ⑤ 14

해설

최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이므로 $a = 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 이므로 $b = 2^3 = 8$
따라서 $a + b = 13$ 이다.

7. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

8. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.
되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명 ② 3 명 ③ 4 명 ④ 5 명 ⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 3 = 6$ 명

9. 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 330cm, 270cm 인 욕실에 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 두르려고 한다. 되도록 큰 타일을 붙이려고 할 때, 타일의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 30 cm

해설

붙이려고 하는 타일의 한 변의 길이는 330 과 270 의 공약수이다. 그런데 되도록 큰 타일을 붙이려고 했으므로 한 변의 길이는 330 과 270 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 330 \quad 270 \\ \hline 3 & 165 \quad 135 \\ \hline 5 & 55 \quad 45 \\ \hline & 11 \quad 9 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$

10. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a+b-c$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,
$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
$11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.
따라서 $a+b-c = 4$ 이다.

11. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 184과 30의 최소공배수의 배수와 같다.
$18 = 2 \times 3^2$, $30 = 2 \times 3 \times 5$
18 과 30 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5 = 90$
따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

12. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 대, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초

④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.
따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

13. 가로가 15cm , 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 15 & 18 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30$(장)의 타일이 필요하다.

14. 두 자연수 A, B 에 대하여 두 수의 최대공약수를 $A \bullet B$, 두 수의 최소공배수를 $A * B$ 로 나타낼 때, $(80 \bullet 144) * (36 \bullet 126)$ 의 값을 구하면?

① 122 ② 138 ③ 144 ④ 152 ⑤ 164

해설

$80 = 2^4 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$,

$80 \bullet 144 = 2^4$,

$36 = 2^2 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$,

$36 \bullet 126 = 2 \times 3^2$,

$(2^4) * (2 \times 3^2) = 2^4 \times 3^2 = 144$

15. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54 ⑤ 100

해설

$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$

가장 작은 $a = 2 \times 3 = 6$

$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$

$\therefore A = 12$

16. $n = 3p^2q$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 3$ 인 소수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$p \neq q \neq 3$ 인 소수이므로, n 을 소인수분해하면 $n = 3p^2q = 3 \times p^2 \times q$ 이다.
따라서 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

17. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r$, $B = Gb + r$, $C = Gc + r$ 라고 하면

$B - A = G(b - a)$, $C - B = G(c - b)$

이므로 $B - A$, $C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100$, $5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

18. $\frac{12}{n}$, $\frac{56}{n}$, $\frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

19. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$2 \times 5 \times 3^2 = 90$
$\therefore 10,\ 40,\ 90$
$\therefore\ 10 + 40 + 90 = 140$

20. 다음 중 100 의 약수는?

① 30 ② $5^2 \times 7^2$ ③ 80

④ $2^2 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

×	1	2	2^2
1	$1\times1=1$	$1\times2=2$	$1\times2^2=4$
5	$5\times1=5$	$5\times2=10$	$5\times2^2=20$
5^2	$5^2\times1=25$	$5^2\times2=50$	$5^2\times2^2=100$