

1. $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$$a = b - 2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2a + c = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$1 = c \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

2. b, c 는 상수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$ 을 만족하는 c 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 3

⑤ 5

해설

$$(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6,$$

$$x^2 + (2+b)x + 2b = x^2 + cx + 6,$$

$$2+b=c, 2b=6$$

$$\therefore b=3$$

$$\text{따라서 } c=5$$

3. 등식 $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = 0$

② $a = -1, b = 2$

③ $a = 1, b = -2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

4. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

5. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x + y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, \quad b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

6. $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$ 를 계산하면?

① $\sqrt{15}$

② $-\sqrt{15}$

③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$

⑤ -15

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \cdot \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

7. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a \geq 0, b < 0$

② $a > 0, b > 0$

③ $a \geq 0, b > 0$

④ $a < 0, b < 0$

⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

9. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
- ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉤ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

10. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

11. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

12. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가 $3x + 4$ 가 되도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는

$$(a - b + 16)x + 4b - 8$$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

13. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

14. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

15. $a + b - 2c = 1$, $a - b + 3c = 3$ 일 때, 다음 중 $a + ab + c^2$ 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $(a - 8)(a - 2)$

② $(a + 8)(a - 2)$

③ $-(a - 8)(a - 2)$

④ $-(a - 8)(a + 2)$

⑤ $-(a + 8)(a - 2)$

해설

$$a + b - 2c = 1 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$a - b + 3c = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{에서 } 2a + c = 4$$

$$\therefore c = -2a + 4 \quad \dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } b = -5 + 9$$

$$\begin{aligned} \therefore a + ab + c^2 &= a + a(-5a + 9) + (-2a + 4)^2 \\ &= -a^2 - 6a + 16 \\ &= -(a^2 + 6a - 16) \\ &= -(a + 8)(a - 2) \end{aligned}$$

16. 임의의 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = a^2 - ab + b^2$ 라 할 때, $(x^2\Delta x) + (2x\Delta x) - (x\Delta 1) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+1)(x^2-x+4)$ ② $(x-2)(x+1)(x^2-x+4)$
③ $(x-1)(x+2)(x^2-x+2)$ ④ $(x-1)(x+1)(x+2)^2$
⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)^2$

해설

$$x^2\Delta x = x^4 - x^3 + x^2$$

$$2x\Delta x = 4x^2 - 2x^2 + x^2 = 3x^2$$

$$x\Delta 1 = x^2 - x + 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\text{준 식} &= x^4 - x^3 + x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 1 - 3 \\ &= x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 4 \\ &= (x-1)(x+1)(x^2-x+4)\end{aligned}$$