**1.** 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$,$C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$(2A - B) + C$

$= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3$

$= x^3 + 4x^2y + y^3$

해설

$(2A - B) + C$

$= x^3 + 4x^2y + y^3$

**2.** 다항식 $x^3+5x^2-kx-k$ 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면

$1^3+5\times1^2-k\times1-k=0$

$\therefore\ k=3$

**3.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 $a$의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 $D$라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6\mathrm{a}+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

**4.** 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$을 구하여라.

▶ **답:**

▷ **정답:** 18

해설

$$\alpha + \beta = 3,\ \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$

**5.** 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}),\ B(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2+(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8}=3\end{aligned}$$

**6.** 세 점 $A(1, 1)$, $B(4, 5)$, $C(10, a)$이 일직선 위에 있다. 이 때, 상수 $a$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

직선 AB와 직선 AC가 평행이므로
두 직선의 기울기가 서로 같다.

직선 AB의 기울기 : $\dfrac{5-1}{4-1} = \dfrac{4}{3}$

직선 AC의 기울기 : $\dfrac{a-1}{10-1} = \dfrac{a-1}{9}$

$\therefore \dfrac{4}{3} = \dfrac{a-1}{9} \Rightarrow 3(a-1) = 36 \Rightarrow a = 13$

**7.** 원 $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ 의 중심의 좌표는?

① $(2,-4)$ ② $(2,4)$ ③ $(-2,-3)$

④ $(-2,3)$ ⑤ $(4,-4)$

**해설**

$x^2+y^2+4x-6y-12=0$

$\Rightarrow\ (x+2)^2+(y-3)^2=25$

$\Rightarrow$ 중심은 $(-2,3)$

**8.** 좌표평면 위의 점 $(-2,\ 3)$ 을 $x$ 축 방향으로 $3$ , $y$ 축 방향으로 $-1$ 만큼 평행이동 시키면 점 $(a,\ b)$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① $-3$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $3$ ⑤ $5$

**해설**

$(x,y) \rightarrow (x+3, y-1)$

$\therefore (-2,3) \rightarrow (1,2)$

**9.** 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

**해설**

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

**10.** 등식 $\dfrac{a}{1+i}+\dfrac{b}{1-i}=-5$를 만족하는 두 실수 $a+b$의 값을 구하시오 (단, $i=\sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10$

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$를 곱하면

$a(1-i)+b(1+i)=-10,\ (a+b)+(b-a)i=-10$

$\therefore a+b=-10,\ b-a=0$

**11.** 복소수 $z$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

보기

ㄱ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

ㄴ $z + \bar{z}$는 실수이다.

ㄷ $z - \bar{z}$는 허수이다.

ㄹ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

해설

$z = a + bi$ $(a,\ b$ 는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

ㄱ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)

ㄴ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

ㄷ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

ㄹ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$

$= (a+1+bi)(a+1-bi)$

$= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

**12.** $x^2 - px + q = 0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$일 때 $p^2 + q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

**13.** 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

해설

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore\ \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow\quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

**14.** 두 점 A(5, −11), B(−4, 7) 일 때, 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점의 좌표는 P($a$, $b$) , 선분 AB를 2 : 1 로 외분하는 점의 좌표는 Q($c$, $d$) 이다. 이때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$$\mathrm{P}(a,b)=\left(\frac{2\cdot(-4)+1\cdot(5)}{2+1},\ \frac{2\cdot 7+1\cdot(-11)}{2+1}\right)$$

$$=(-1,\ 1)$$

$$\mathrm{Q}(c,d)=\left(\frac{2\cdot(-4)-1\cdot(5)}{2-1},\ \frac{2\cdot 7-1\cdot(-11)}{2-1}\right)$$

$$=(-13,\ 25)$$

$$\therefore\ a+b+c+d\ =-1+1-13+25=12$$

**15.** 두 점 A(1), B(5)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{3\times5+1\times1}{3+1}=4$$

$\therefore$ P(4)

$$\frac{3\times5-1\times1}{3-1}=7$$

$\therefore$ Q(7)

$\therefore\ \overline{PQ}=|7-4|=3$

**16.** 곡선 $y = x^3$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C의 $x$좌표를 각각 $a, b, c$라고 한다. 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $a+b+c=0$ ② $a+b+c=1$ ③ $abc=1$

④ $a+c=2b$ ⑤ $ac=b^2$

**해설**

서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(a, a^3)$, $\mathrm{B}(b, b^3)$, $\mathrm{C}(c, c^3)$이 일직선 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기는 같다.

$$\therefore \frac{b^3-a^3}{b-a} = \frac{c^3-a^3}{c-a}$$

즉, $b^2+ab+a^2 = c^2+ac+a^2$

$(b-c)(a+b+c)=0$ 에서 $b \neq c$ 이므로

$a+b+c=0$

**17.** $x, y$ 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 $k$ 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$(x-k)^2 + (y+k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots ㉠$

반지름의 길이가 1 이므로

㉠에서 $-k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$

$k^2 - 4k + 3 = 0, (k-1)(k-3) = 0$

$\therefore k = 1$ 또는 $k = 3$

따라서 합은 4이다.

**18.** 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$의 인수인 것은?

① $2x + y - 2$ ② $2x - y + 2$ ③ $x - y + 1$

④ $x + y - 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$x$에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 - (y+4)x - y^2 + y + 2$$
$$= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2)$$
$$= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\}$$
$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

**19.** 최고차항의 계수가 1 인 두 이차다항식의 최소공배수가 $x^3-2x^2-5x+6$ 이고, 최대공약수가 $x+2$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2+x-6$ ② $2x^2-2x+3$ ③ $2x^2-3x+4$

④ $2x^2-6$ ⑤ $2x^2-8$

해설

두 다항식을 $A=aG$ , $B=bG$ ($a,\ b$ 는 서로소) 라고 하면
$L=abG=x^3-2x^2-5x+6$
이 때, 최대공약수 $G$ 가 $x+2$ 이므로 조립제법을 하여 $L$ 을 인수분해하면

$$\therefore\ L=(x^2-4x+3)(x+2)$$
$$=(x-1)(x-3)(x+2)$$

따라서, 구하는 두 이차 다항식은
$(x-1)(x+2)$ 와 $(x-3)(x+2)$ ,
즉 $x^2+x-2$ , $x^2-x-6$ 이다.
따라서, 두 다항식의 합은 $2x^2-8$ 이다.

**20.** 복소수 $z$ 에 대하여 $3z+\bar{z}(1+i)=3-i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값은?

① $-3$ ② $0$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $2$ ⑤ $4$

해설

$z=a+bi$ $(a,\ b$ 는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$
이것을 주어진 식에 대입하면
$3(a+bi)+(a-bi)(1+i)=3-i$
$3a+3bi+a+ai-bi+b=3-i$
$(4a+b)+(a+2b)i=3-i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $4a+b=3$ , $a+2b=-1$

$$\begin{cases} 4a+b=3 & \cdots ㉠ \\ a+2b=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 에서

㉠ $\times 2-$ ㉡ 을 하면 $7a=7$ ,
$\therefore\ a=1$
$a=1$ 을 ㉠에 대입하면 $b=-1$
따라서 $z=a+bi=1-i$ 이므로 $z\bar{z}=(1-i)(1+i)=2$

**21.** 두 직선 $(a+1)x+2y+1=0$, $ax-y+2=0$이 수직이 되도록 하는 모든 상수 $a$의 값의 합은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

두 직선의 방정식을 정리하면,

$$y=-\frac{(a+2)}{2}x-\frac{1}{2},\quad y=ax+2$$

$$\Rightarrow\quad -\frac{(a+1)}{2}\times a=-1$$

$$\Rightarrow\quad a^2+a-2=0$$

$\therefore$ 근과 계수의 관계에서 모든 $a$의 합은 $-1$

**22.** 직선 $y = k(x-1)+2$가 두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ 3)$ 사이를 지나도록 상수 $k$의 값의 범위를 정하면?

① $-3 < k < 1$ ② $-2 < k < 3$ ③ $-1 < k < 2$

④ $-4 < k < 2$ ⑤ $-1 < k < 1$

해설

$f(x,\ y) = k(x-1) - y + 2$라고 놓으면

$f(-1,\ 0)\ f(0,\ 3) < 0$이므로

$(-2k+2)(-k-3+2) < 0$, $(k-1)(k+1) < 0$ $\therefore\ -1 < k < 1$

**23.** $x$에 관한 방정식 $\dfrac{x^2-bx}{ax-c}=\dfrac{m-1}{m+1}$ 에서 두 근의 절대값은 같고 부호만 다를 때, $m$의 값은? (단, $a \neq \pm b$ )

① $ab$ ② $\dfrac{a+b}{a-b}$ ③ $\dfrac{a-b}{a+b}$ ④ $a+b$ ⑤ $a-b$

해설

$(m+1)(x^2-bx)=(m-1)(ax-c)$

$mx^2-bmx+x^2-bx=amx-cm-ax+c$

$(m+1)x^2+(a-b-am-bm)x+cm-c=0$의 두 근을 $\alpha,\beta$라고 하면,

$\alpha+\beta=0$

$\therefore \dfrac{a-b-am-bm}{m+1}=0, \quad am+bm=a-b$

$m(a+b)=a-b, \ \ a\neq -b$이므로 $a+b\neq 0$

$\therefore m=\dfrac{a-b}{a+b}$

**24.** 이차방정식 $x^2-2ax+a+2=0$의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수 $a$의 값의 범위는?

① $0 \le a < 1$ ② $1 \le a < 2$ ③ $2 \le a < 3$

④ $3 \le a < 4$ ⑤ $4 \le a < 5$

해설

$f(x)=x^2-2ax+a+2=(x-a)^2-a^2+a+2$

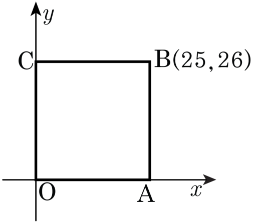
i ) $D/4=a^2-a-2 \ge 0$, $a \le -1$ $or$ $a \ge 2$

ii ) $f(1)=1-2a+a+2>0$ $\therefore a<3$

iii) 대칭축 $x=a>1$

i ), ii ), iii) 에서 $2 \le a < 3$

**25.** 좌표평면 위에서 $x$좌표와 $y$좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다. 직선 $y=\frac{3}{8}x+1$은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부(경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?




① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$y=\frac{3}{8}x+1$에서 $x$가 8의 배수이면 $y$도 정수가 된다.

$0<x<25,\ 0<y<26$에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

$(8,\ 4),\ (16,\ 7),\ (24,\ 10)$으로 모두 3개의 격자점을 지난다.