

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.
- ② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
- ③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.
- ④ 0 의 제곱근은 없다.
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

- ① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
- ② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{36} = 6$
- ④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. 9의 제곱근과 25의 제곱근의 합의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

9의 제곱근: -3, 3

25의 제곱근: -5, 5

$(-3) + (-5) = -8$

3. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

- ① 36 ② 49 ③ -1 ④ 225 ⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.
⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

4. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$$

5. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} x-5 < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(x-5)^2} &= -(x-5) \\ \therefore (\text{준식}) &= -(x-5) - (5-x) = -x+5-5+x = 0 \end{aligned}$$

6. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $6-2\sqrt{7}$ ③ 6
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $3+\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} < 3 = \sqrt{9} \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2} \\ & = |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}| \\ & = -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7}) \\ & = -\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7} = 0 \end{aligned}$$

7. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

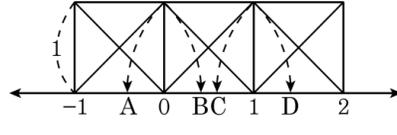
$\sqrt{0}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, 0.29 , $\sqrt{19.6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{144}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\sqrt{0} = 0$ (유리수)
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 0.29 (유리수)
 $\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{8}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{144} = 12$ (유리수)

8. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

B: $-1 + \sqrt{2}$

9. 다음 세 수를 큰 순서대로 나열할 때, 가운데에 위치하는 수를 구하시오.

$$\sqrt{15}, 3 + \sqrt{2}, 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

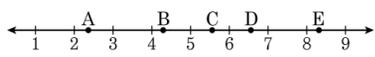
해설

$$\sqrt{15} - 4 = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \therefore \sqrt{15} < 4$$

$$(3 + \sqrt{2}) - 4 = \sqrt{2} - 1 > 0 \therefore 3 + \sqrt{2} > 4$$

$$\therefore \sqrt{15} < 4 < 3 + \sqrt{2}$$

10. 다음 수직선에서 C에 해당하는 실수는?



- ① $\sqrt{12}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{31}$ ④ $\sqrt{39}$ ⑤ $\sqrt{52}$

해설

$$\sqrt{25} < x < \sqrt{36}$$
$$\therefore \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$$

12. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,

$a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1-a$

따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.

13. $\sqrt{\frac{32}{3}}x$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

$$\sqrt{\frac{32}{3}}x = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}}x \text{ 이므로 } x = 2 \times 3 \times k^2$$

$$k = 4 \text{ 일 때, } x = 96$$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

14. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, x = 45.5$$

15. 다음 $3 < x < 5$ 일 때, 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2} < x$

② $\sqrt{3} < x$

③ $x < 2\sqrt{2}$

④ $x < 4\sqrt{2}$

⑤ $x < 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{2} < 3 < x$ 이므로 ③은 옳지 않다.

16. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x - 5)^2 < 27$

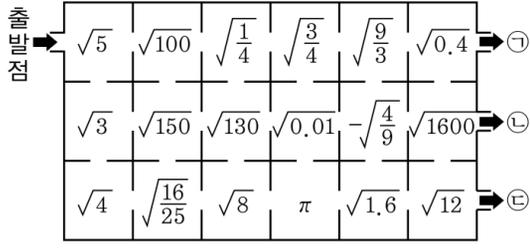
$(2x - 5)^2 = 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$

$2x - 5 = 2, 3, 4, 5$

이 때 x 값이 정수가 되는 경우는 $2x - 5 = 3, 2x - 5 = 5$ 이다.

$\therefore x = 4, 5$

17. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 어느 문으로 나오게 되는지 말하여라.



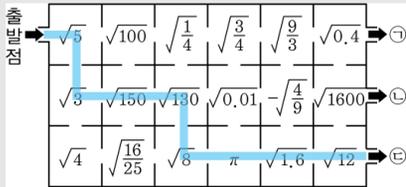
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



18. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

19. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$
- ㉡ $\sqrt{20} - 4 > 1$
- ㉢ $\sqrt{15} - \sqrt{17} > -\sqrt{17} + 4$
- ㉣ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$
- ㉤ $-\sqrt{7} - \sqrt{2} > -\sqrt{7} - 1$
- ㉥ $\frac{1}{2} - \sqrt{5} < -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉡ } \sqrt{20} - 4 - 1 = \sqrt{20} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0$$

$$\therefore \sqrt{20} - 4 < 1$$

$$\text{㉢ } \sqrt{15} - \sqrt{17} - (-\sqrt{17} + 4) = \sqrt{15} - 4 \\ = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0$$

$$\therefore \sqrt{15} - \sqrt{17} < -\sqrt{17} + 4$$

$$\text{㉤ } -\sqrt{7} - \sqrt{2} - (-\sqrt{7} - 1) = -\sqrt{2} + 1 \\ = -\sqrt{2} + 1 < 0$$

$$\therefore -\sqrt{7} - \sqrt{2} < -\sqrt{7} - 1$$

$$\text{㉥ } \frac{1}{2} - \sqrt{5} - \left(-\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \\ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} > 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} - \sqrt{5} > -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

20. $A = \sqrt{\frac{5}{169}}$, $B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A, B, C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

- ① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
④ C, A, B ⑤ C, B, A

해설

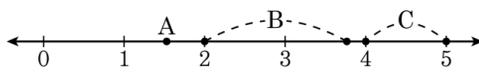
$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

21. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

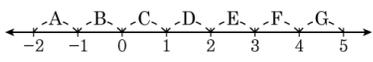
- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2} + 3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 \sqrt{n} 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19} - 4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 \sqrt{n} 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

22. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



- ① $1 - \sqrt{2} : B$ ② $1 + \sqrt{2} : E$ ③ $2 + \sqrt{5} : G$
 ④ $2 - \sqrt{3} : C$ ⑤ $\sqrt{5} - 4 : D$

해설

① $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $1 - \sqrt{4} < 1 - \sqrt{2} < 1 - \sqrt{1}$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : B$
 ② $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3 : E$
 ③ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 + \sqrt{4} < 2 + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{9}$
 $\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5 : G$
 ④ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $2 - \sqrt{4} < 2 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{1}$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1 : C$
 ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $\sqrt{4} - 4 < \sqrt{5} - 4 < \sqrt{9} - 4$
 $\therefore -2 < \sqrt{5} - 4 < -1 : A$

23. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 자연수가 2 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다.
- ③ 무수히 많은 무리수가 있다.
- ④ 무수히 많은 유리수가 있다.
- ⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 $-1, 0, 1, 2$ 모두 4 개이다.

24. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

- ① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

25. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

- ① a ② a^3 ③ \sqrt{a} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$

27. 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 \therefore 3개

28. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2 의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

29. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

30. 두 수 2와 5 사이에 있는 수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ㉠ 18 개 ㉡ 19 개 ㉢ 20 개 ㉣ 21 개 ㉤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

31. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

32. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

