1. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ 이다.

② $\sqrt{4}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{36} = 18$ 이다.

④ 0 의 제곱근은 없다.

⑤ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$ 이다.

해설

① $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

② $\sqrt{4} = 2$ 의 제곱근 $\pm\sqrt{2}$

③ $\sqrt{36} = 6$

④ 0 의 제곱근은 0 이다

2. 9 의 제곱근과 25 의 제곱근의 합의 최솟값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -8

해설

9 의 제곱근 : $-3,\ 3$

25 의 제곱근 : $-5,\ 5$

$(-3)+(-5)=-8$

3. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36 ② 49 ③ -1 ④ 225 ⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.
⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

4. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$

5. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x - 5 < 0$ 이므로 $\sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$

$\therefore$ (준식) $= -(x-5) - (5-x) = -x + 5 - 5 + x = 0$

6. $\sqrt{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0 ② $6-2\sqrt{7}$ ③ 6

④ $\sqrt{6}$ ⑤ $3+\sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7}<3=\sqrt{9}$ 이므로

$$\sqrt{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$$
$$=\left|\sqrt{7}-3\right|-\left|3-\sqrt{7}\right|$$
$$=-\left(\sqrt{7}-3\right)-\left(3-\sqrt{7}\right)$$
$$=-\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7}=0$$

7. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

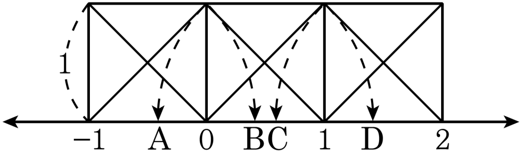
$\sqrt{0}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, 0.29, $\sqrt{19.6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{144}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{0}=0$ (유리수)
$\sqrt{2}+\sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수(무리수)
0.29 (유리수)
$\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
$\sqrt{8}$:순환하지 않는 무한소수 (무리수)
$\sqrt{144}=12$ (유리수)

8. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1+\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① A　② B　③ C　④ D　⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1+\sqrt{2}$

9. 다음 세 수를 큰 순서대로 나열할 때, 가운데에 위치하는 수를 구하시오.

$\sqrt{15}$, $3+\sqrt{2}$, 4

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

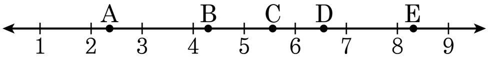
해설

$\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$ $\therefore$ $\sqrt{15}<4$

$(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1>0$ $\therefore$ $3+\sqrt{2}>4$

$\therefore$ $\sqrt{15}<4<3+\sqrt{2}$

10. 다음 수직선에서 C에 해당하는 실수는?



① $\sqrt{12}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{31}$ ④ $\sqrt{39}$ ⑤ $\sqrt{52}$

해설

$\sqrt{25} < x < \sqrt{36}$

$\therefore \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$

11. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\mathrm{cm})$ 이다.

12. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,
$a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1-a$
따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.

13. $\sqrt{\frac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}x} = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times k^2$

$k = 4$ 일 때, $x = 96$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

14. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$9 < \sqrt{2x+30} < 12$

$2x+30 = 10^2 = 100,\ \ x = 35$

$2x+30 = 11^2 = 121,\ \ x = 45.5$

15. 다음 $3 < x < 5$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{2} < x$ ② $\sqrt{3} < x$ ③ $x < 2\sqrt{2}$

④ $x < 4\sqrt{2}$ ⑤ $x < 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{2} < 3 < x$ 이므로 ③은 옳지 않다.

16. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x-5)^2 < 27$

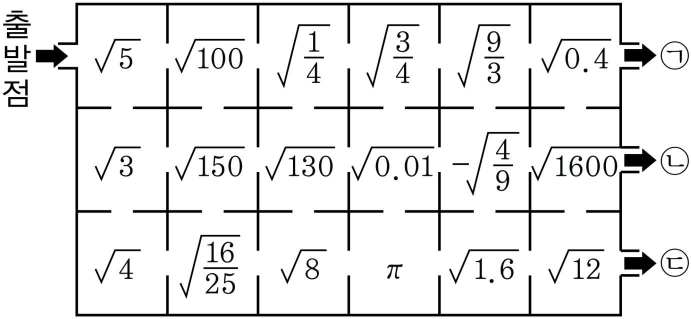
$(2x-5)^2 = 2^2,\ 3^2,\ 4^2,\ 5^2$

$2x-5 = 2,\ 3,\ 4,\ 5$

이 때 x값이 정수가 되는 경우는 $2x-5=3$, $2x-5=5$이다.

$\therefore\ x = 4,\ 5$

17. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 어느 문으로 나오게 되는지 말하여라.



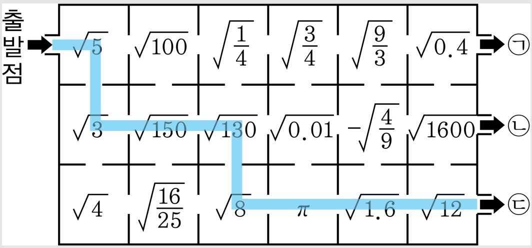
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π, $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



18. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

19. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{11}-2>-2+\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{20}-4>1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}>-\sqrt{17}+4$

㉣ $2-\sqrt{3}<\sqrt{5}-\sqrt{3}$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}>-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}<-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{20}-4-1=\sqrt{20}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$

$\therefore\ \sqrt{20}-4<1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}-(-\sqrt{17}+4)=\sqrt{15}-4$

$=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore\ \sqrt{15}-\sqrt{17}<-\sqrt{17}+4$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}-(-\sqrt{7}-1)=-\sqrt{2}+1$

$=-\sqrt{2}+1<0$

$\therefore\ -\sqrt{7}-\sqrt{2}<-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}-\left(-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{2-\sqrt{2}}{4}>0$

$\therefore\ \frac{1}{2}-\sqrt{5}>-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

20. $A = \sqrt{\dfrac{5}{169}}$, $B = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A, B, C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C

④ C, A, B ⑤ C, B, A

해설

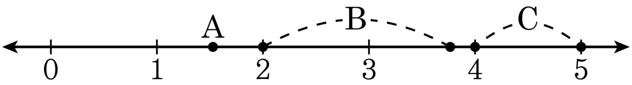
$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

21. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.

㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.

㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)

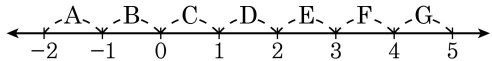
㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17}$ ~ $\sqrt{24}$, 총 8 개이다.

22. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



① $1-\sqrt{2}$: B ② $1+\sqrt{2}$: E ③ $2+\sqrt{5}$: G

④ $2-\sqrt{3}$: C ⑤ $\sqrt{5}-4$: D

해설

① $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$

$1-\sqrt{4}<1-\sqrt{2}<1-\sqrt{1}$

$\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$: B

② $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$

$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$

$\therefore 2<1+\sqrt{2}<3$: E

③ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$2+\sqrt{4}<2+\sqrt{5}<2+\sqrt{9}$

$\therefore 4<2+\sqrt{5}<5$: G

④ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$

$2-\sqrt{4}<2-\sqrt{3}<2-\sqrt{1}$

$\therefore 0<2-\sqrt{3}<1$: C

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$\sqrt{4}-4<\sqrt{5}-4<\sqrt{9}-4$

$\therefore -2<\sqrt{5}-4<-1$: A

23. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 자연수가 2 개 있다.

② 정수가 3 개 있다.

③ 무수히 많은 무리수가 있다.

④ 무수히 많은 유리수가 있다.

⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 모두 4 개이다.

24. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$$

① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$$

$$=15-6+\sqrt{(3\times 2^2)^2}-5-3$$

$$=9+12-8=13$$

25. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$5x+y=15 \;\Rightarrow\; y=15-5x$

$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$

$15-3x=9$

$\therefore\; x=2$

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a ② a^3 ③ $\sqrt{a}$ ④ $\dfrac{1}{a^3}$ ⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \dfrac{1}{2}$ 라고 하면

① $\dfrac{1}{2}$

② $\dfrac{1}{8}$

③ $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

27. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150)-f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150)-f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.

$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \le \sqrt{150}$

$\therefore$ 3개

28. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 무리수이다.

㉡ 2 의 양의 제곱근이다.

㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.

㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어 진다.

29. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.

② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.

③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.

④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.

⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

30. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개　② 19 개　③ 20 개　④ 21 개　⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ ······ ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

31. $a<0$ 일 때, $A=\sqrt{(-3a)^2}\times(-\sqrt{a})^2\div\sqrt{4a^2}\div\sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A=3$

해설

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{(-3a)^2}\times(-\sqrt{a})^2\div\sqrt{4a^2}\div\sqrt{(-5a)^2}\\ &= |-3a|\times|a|\div|2a|\div|-5a|\\ &= (-3a)\times(-a)\div(-2a)\div(-5a)=\frac{3}{10}\end{aligned}$$

따라서 $10A=10\times\frac{3}{10}=3$ 이다.

32. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3　② 6　③ 9　④ 33　⑤ 69

해설

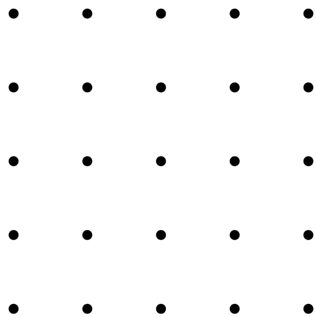
$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$

$\therefore\ xy = 70$

$(x,\ y) = (1,\ 70),\ (2,\ 35),\ (5,\ 14),\ (7,\ 10),$
$(10,\ 7),\ (14,\ 5),\ (35,\ 2),\ (70,\ 1)$

따라서 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

33. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}$cm 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

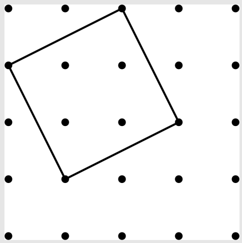


▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$cm 이므로 간격이 $\sqrt{2}$cm 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$cm 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.