

1. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 실수  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = 1$

▷ 정답:  $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

2. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면  $a = 2$   
 $x = 1$ 을 대입하면  $b = -2$   
 $x = 2$ 을 대입하면  $c = 1$   
3차항은 없으므로  $d = 0$   
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 항상  $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을  $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수  $t$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

4.  $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 128

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2^5 = 32$$

5.  $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가  $x \neq 1$ 인 모두 실수  $x$ 에 대해 항상 성립 하도록  $a, b, c$ 를 구할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2      ② -2      ③ 1      ④ -1      ⑤ 0

**해설**

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

6. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가  $x$ 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

7.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 1, b = -1, c = 2$       ②  $a = -1, b = 1, c = -2$   
③  $a = 1, b = 1, c = 2$       ④  $a = -1, b = -1, c = -2$   
⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

**해설**

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

8.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

- ① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면  
 $(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$   
 $x, y, z$ 에 대한 항등식이므로  
 $a = b, a + b - c = 0, c = 4$   
 $\therefore a = b = 2, c = 4$   
 $\therefore abc = 16$

9. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

$$\text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 = Q(1) + R$$

$$\therefore Q(1) + R = 13$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

10.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

11. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로  
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면  
 $ax + (b - 1) = 0$   
이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a = 0, b - 1 = 0$   
 $\therefore a = 0, b = 1$   
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$   
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$   
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$   
 $\therefore b = 1, a = 0$

12. 다항식  $x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x+4$ 가 되도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-7$

해설

$x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a-b+16)x+4b-8$   
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$   
㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a-b+16=3, 4b-8=4$   
 $\therefore a=-10, b=3$   
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

13.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 1024

**해설**

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

14.  $x$ 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수  $a, b, c$ 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x-1)(x-2)(x-3) + a(x-1)(x-2) + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x$ 에 대한 항등식이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } 2 = c \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면  $a = 6, b = 7, c = 2$

$$\therefore a + b + c = 15$$

15.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값 =  $k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

16.  $k$ 의 값에 관계없이  $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록  $x, y, z$ 의 값을 정할 때,  $3x + y + z$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

주어진 식을  $k$ 에 대해 정리하면  
 $(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$   
 $\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$   
 $z = 2x, y = -3x$ 을  $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면  
 $x = 2, y = -6, z = 4$   
 $\therefore 3x + y + z = 4$

17. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

18.  $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가  $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x+ay-b = k(x-y-1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2-k)x + (a+k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$$

$$\therefore k=2, a=-2, b=2$$

$$\therefore a-b = -4$$

19.  $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $ax^2+bx+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$   
 $x$ 에 대한 항등식이므로  
 $a+b+c=0, b+2c=0, c-1=0$   
 $\therefore a=1, b=-2, c=1$   
 $\therefore a+b+c=0$

20.  $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$  가 항등식일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ & & -1 & 2 & -2 \\ \hline -1 & 1 & -2 & 2 & 0 \\ & & -1 & 3 & \\ \hline -1 & 1 & -3 & 5 & \\ & & -1 & & \\ \hline & 1 & -4 & & \end{array}$$

$$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

해설

주어진 식의 양변에  $x = 0$  을 대입하면

$$2 = 1 + a + b + c$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

21.  $x$ 에 관한 항등식  $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \dots + a_1(x+1) + a_0$ 에서  $a_0 + a_1 + \dots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

해설

주어진 식에  $x = 0$ 을 대입하면  
 $(0+0+1)^5 = a_{10} + a_9 + \dots + a_1 + a_0$   
 $\therefore a_0 + a_1 + \dots + a_9 + a_{10} = 1$