

1. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x + 3$

② $3x - 4$

③ $4x - 5$

④ $5x + 6$

⑤ $6x - 7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

2. 이차 이상의 다항식 $p(x)$ 를 $x - 2007$ 와 $x - 2008$ 으로 나눈 나머지는 각각 2007와 2008이다. $p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눈 나머지는?

① 2007×2008

② $2007x$

③ $2008x$

④ $x - 2007 \times 2008$

⑤ x

해설

$p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지를 각각 $q(x)$ 와 $ax + b$ 라 놓으면

$$p(x) = (x - 2007)(x - 2008)q(x) + ax + b \cdots \cdots \text{㉠}$$

나머지정리에 의해

$$p(2007) = 2007, p(2008) = 2008 \text{ 이므로}$$

㉠의 x 에 2007와 2008을 대입하면

$$2007a + b = 2007, 2008a + b = 2008$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

그러므로 구하는 나머지는 x

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -2 이고, $x-2$ 로 나눈 나머지가 1 일 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $2x+1$

② $x+1$

③ $x-1$

④ $2x-1$

⑤ $3x+2$

해설

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) - 2$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 1$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(-1) = -a + b = -2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -1$$

구하는 나머지는 $x-1$

4. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 m , n 이라 하자. 이 때 $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 를 m 과 n 이 포함된 식으로 나타내면?

① $R(x) = (m-n)x + (m+n)$

② $R(x) = (m+n)x + (m-n)$

③ $R(x) = (m-n)x - (m+n)$

④ $R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$

⑤ $R(x) = \frac{m+n}{2}x + \frac{m-n}{2}$

해설

주어진 조건으로 식을 세우면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q_1(x) + m \\ &= (x+1)Q_2(x) + n \end{aligned}$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)Q_3(x) + R(x)$$

$$\text{즉, } f(1) = R(1) = m \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = R(-1) = n \cdots \textcircled{2}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면 ①, ②에 의해
 $a + b = m$, $-a + b = n$ 이므로

$$a = \frac{m-n}{2}, \quad b = \frac{m+n}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x + 1$

② $-2x - 1$

③ $-2x + 3$

④ $-2x + 5$

⑤ $-2x + 7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,

$f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로

$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면

$a = -2, b = 5$

$\therefore$ 나머지는 $-2x + 5$ 이다.

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x - 1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -4이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $a = 3$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

9. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

① x

② $-x+1$

③ $x+1$

④ $-2x+2$

⑤ $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{ 이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

10. x 에 관한 정식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9라 한다. 이 정식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $4x+3$

② $4x+1$

③ $4x-1$

④ $4x-3$

⑤ $4x-5$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면,

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(3) = 3a + b = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}\text{에서 } a = 4, b = -3$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 3$$

11. $x - 1$ 로 나누면 나머지가 3, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 7, $x - 3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(-3)$ 의 값은?

① 7

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면 $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

12. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x - 7$ 이고, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $4x + 3$

③ $x - 1$

④ $4x - 9$

⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로 $f(1) = -5$, $f(5) = 11$ 이다.

⑦에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는 $4x - 9$ 이다.