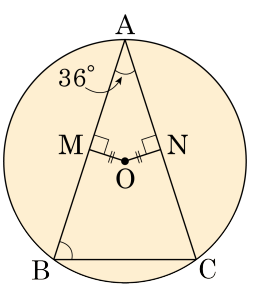
1. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 36°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



① 72° ② 73° ③ 74° ④ 75° ⑤ 76°

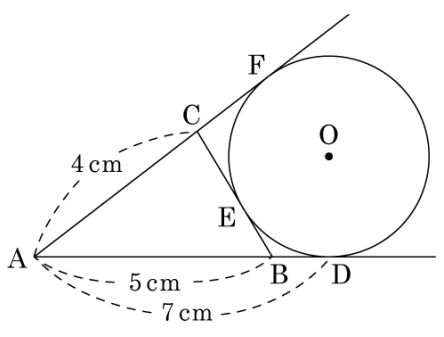
해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$\angle B = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°$

2. 다음 그림에서 반직선AD, 반직선AF, 선분 BD는 모두 원 O의 접선이다. $\overline{BC}$의 길이는?

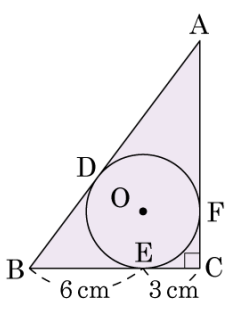


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 5 = 2\ (\mathrm{cm})$
$\overline{AF} = \overline{AD} = 7\ (\mathrm{cm})$
$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - 4 = 3\ (\mathrm{cm})$
$\overline{BC} = 2 + 3 = 5\ (\mathrm{cm})$

3. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다.
$\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

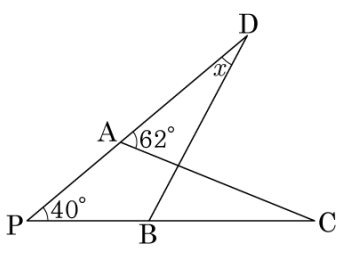


① 10cm ② 12cm ③ 13.5cm
④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BE} = 6\text{cm}, \overline{EC} = \overline{FC} = 3\text{cm}$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{cm}$ 라 하면
직각삼각형의 피타고라스 정리에 의해서
$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$
$(x+6)^2 = 9^2 + (x+3)^2$
$\therefore x = 9$
따라서 $\overline{AB} = 15\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① $21°$ ② $22°$ ③ $23°$

④ $24°$ ⑤ $25°$

해설

$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$

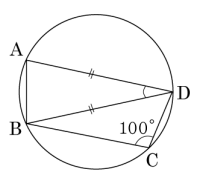
$40° + \angle ACP = 62°$

$\therefore\ \angle ACP = 22°$

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각은 같아야 하므로

$\angle x = 22°$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이고 $\angle BCD = 100°$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기를 구하면?



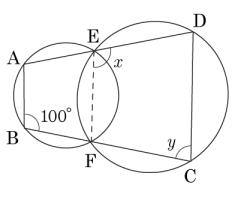
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\angle BAD = 180° - 100° = 80°$

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB = 180° - 80° - 80° = 20°$

6. 다음 그림과 같이 두 원이 점 E, F 에서 만날 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 바르게 말한 것은?

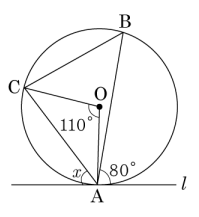


① 80°, 80°　② 80°, 100°　③ 90°, 90°
④ 100°, 80°　⑤ 100°, 100°

해설

$\angle x = \angle \mathrm{ABF} = 100°$
$x + y = 180°$ 이므로 $100° + y = 180°$
$\therefore\ y = 80°$

7. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



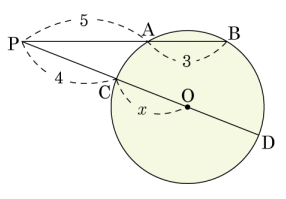
① 50° ② 53° ③ 55° ④ 57° ⑤ 59°

해설

$\angle \mathrm{CBA} = 110° \times \frac{1}{2} = 55°$

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{CBA} = 55°$

8. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?

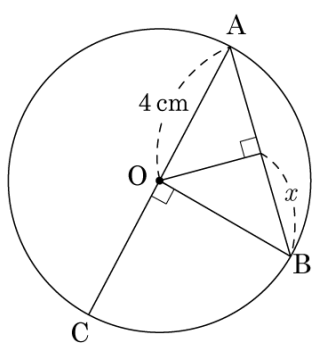


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $5 \times 8 = 4 \times (4 + 2x)$, $\therefore x = 3$

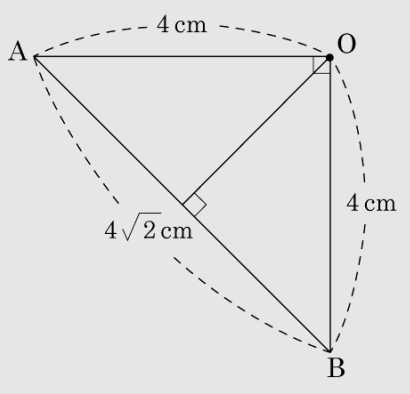
9. 다음에서 x 값을 구하면?



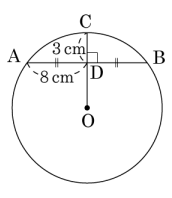
① $2\sqrt{2}$ cm ② $3\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
④ $3\sqrt{3}$ cm ⑤ $4\sqrt{2}$ cm

해설

$x = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)



10. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

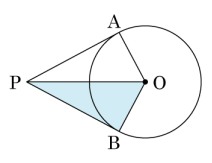


① $\frac{71}{6}\text{cm}$ ② 12cm ③ $\frac{73}{6}\text{cm}$
④ $\frac{37}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{25}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면 $\triangle OAD$ 에서
$x^2 = 8^2 + (x-3)^2$
$x^2 = 64 + x^2 - 6x + 9$
$6x = 73$
따라서 $x = \frac{73}{6}(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



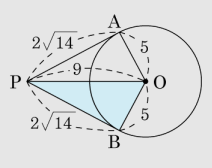
① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$　② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$　③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$
④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$　⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

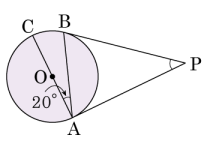
$\overline{OA} = \overline{OB} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\overline{PA} = \overline{PB}$이므로 $\triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$



12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle CAB = 20°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



① 40°　② 45°　③ 48°　④ 50°　⑤ 55°

해설

$\angle PAO = 90°(\because \overline{AP}$는 접선)

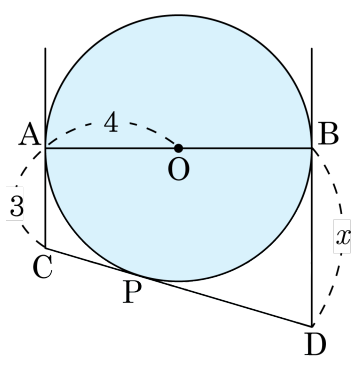
$\therefore \angle PAB = 70°$

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형

$\angle PAB = \angle PBA = 70°$

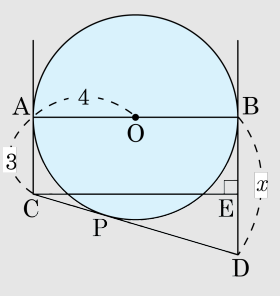
$\angle APB = 180° - 70° \times 2 = 40°$

13. 다음 그림에서 세 점 A, B, P 는 원 O 의 접점이다. 이 때, x 값은?



① 5　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{17}{3}$　④ 6　⑤ $\frac{19}{3}$

해설



그림과 같이 $\overline{CE} \perp \overline{BD}$ 인 점 E 를 잡으면

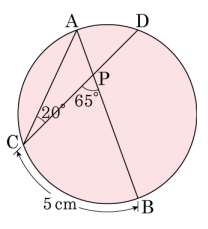
$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{DE}^2$

$(x+3)^2 = 8^2 + (x-3)^2$

$12x = 64$

$\therefore x = \frac{16}{3}$

14. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = 5\,\text{cm}$ 이고, $\angle ACD = 20^\circ$,$\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ 의 길이는?

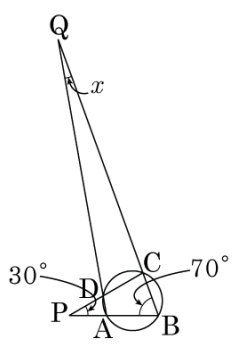


① 10cm ② 12cm ③ $\frac{14}{3}$cm
④ $\frac{16}{5}$cm ⑤ $\frac{20}{9}$cm

해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAB = 45^\circ$ 이므로
$\angle CAB : \angle ACD = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}$
$45^\circ : 20^\circ = 5 : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}$
$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = \frac{20}{9}\,\text{cm}$

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30°, \angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?



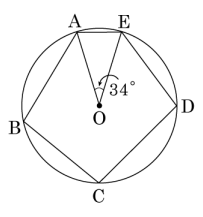
① 10° ② 20° ③ 30°

④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle ADC = 110°$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70°$ 이다.
$\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$110° = 30° + x° + 70°$
$\therefore x° = 10°$

16. 다음 그림의 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle AOE = 34°$ 일 때, $\angle ABC + \angle CDE$ 의 크기는?

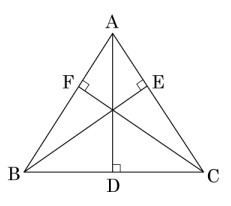


① 191° ② 193° ③ 195° ④ 197° ⑤ 199°

해설

A 와 D 를 이으면
$\angle ADE = 17°$
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ABC + \angle CDA = 180°$
$\therefore \angle ABC + \angle CDE = 180° + 17° = 197°$

17. △ABC 의 각 꼭지점에서 대변에 수선을 각각 내리면 세 수선은 한 점 H 에서 만나고 이를 수심이라고 한다. 이 때, 원에 내접하는 사각형을 모두 몇 개인가?

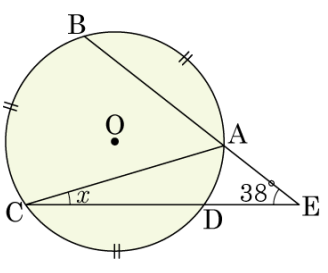


① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

대각의 합이 $90° + 90° = 180°$ 이므로 내접사각형이다.
→□BFHD, □AFHE, □EHDC
반원에 대한 원주각은 $90°$ 이다. → □FBCE, □AFDC, □ABDE

18. 다음 그림에서 원 위에 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. ∠E = 38° 일 때, ∠ACD 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 16.5 °

해설

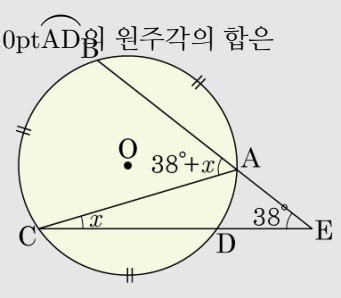
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$의 원주각의 합은

$3(38° + x) + x = 180°$,

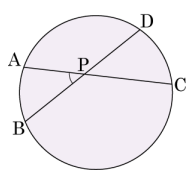
$114° + 3x + x = 180°$

$4x = 66°$

$\therefore\ x = 16.5°$



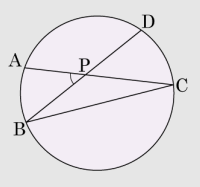
19. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$ 이고, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 길이는 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 $\frac{19}{18}$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 74 °

해설



5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 원둘레의 $\frac{1}{5}$ 이므로

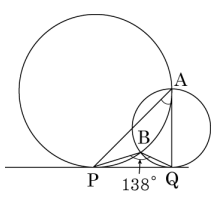
$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 360° \times \frac{1}{5} = 36°$

5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 는5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 $\frac{19}{18}$ 이므로

$\angle CBD = \angle ACB \times \frac{19}{18} = 36° \times \frac{19}{18} = 38°$

$\angle APB = \angle ACB + \angle CBD = 36° + 38° = 74°$

20. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 138°$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



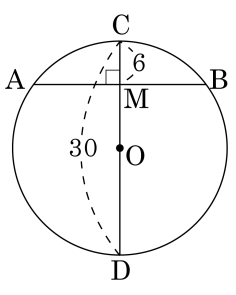
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 42 °

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로
$\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180° - 138° = 42°$

21. 다음 그림과 같은 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{CM} = 6$ 이다. 이때 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = x$ 라 하면

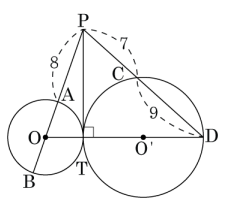
$\overline{AM} \times \overline{BM} = \overline{CM} \times \overline{DM}$ 에서

$x^2 = 6 \times 24 = 144$

$\therefore\ x = 12\ (\because\ x > 0)$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2x = 24$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$이 원의 접선이고, $\overline{OT}$는 원 O의 반지름, $\overline{DT}$는 원 O′의 지름이다. $\overline{OO'}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로

$8 \times \overline{PB} = 7 \times (7+9)$이다.

$8 \times (2\overline{OA} + 8) = 7 \times 16$

$\therefore\ \overline{OA} = 3$

$\therefore\ \overline{OT} = \overline{OA} = 3$

또, 원 O에서 $\overline{PT}^2 = 7 \times 16 = 112$이므로

$\triangle PTD$에서

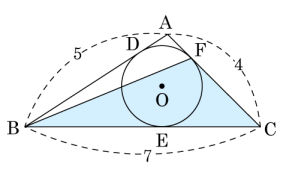
$\overline{DT} = \sqrt{\overline{PD}^2 - \overline{PT}^2}$

$= \sqrt{16^2 - 112} = 12$이다.

따라서 $\overline{O'T} = \frac{1}{2}\overline{DT} = 6$이므로

$\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = 3 + 6 = 9$이다.

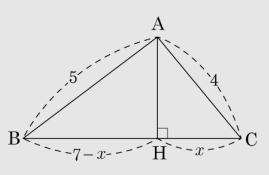
23. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 일 때, $\triangle BCF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$

해설



$\overline{AF} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5-a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$

$\overline{BC} = (5 - a) + (4 - a) = 7$ 이므로 $a = \overline{AF} = 1$, $\overline{FC} = 3$

다음 그림에서 $\overline{CH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 7 - x$

$\overline{AH}^2 = 4^2 - x^2 = 5^2 - (7 - x)^2$

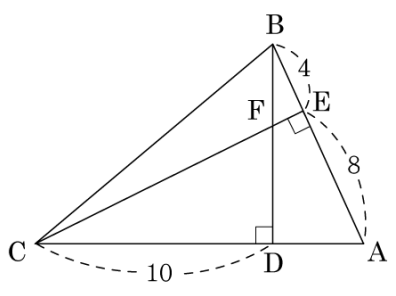
$\therefore\ x = \dfrac{20}{7}$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{4^2 - (\frac{20}{7})^2} = \sqrt{16 - \frac{400}{49}} = \sqrt{\frac{384}{49}} = \frac{8}{7}\sqrt{6}$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{8}{7}\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

이때 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle BCF = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 4\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, b는 최소의 자연수)



① 17　　② 18　　③ 19　　④ 20　　⑤ 21

해설

$\overline{AE}\cdot\overline{AB}=\overline{AD}\cdot\overline{AC}$ 이므로

$\overline{AD}\times(\overline{AD}+10)=8\times12$

$\overline{AD}^2+10\overline{AD}-96=0$

$(\overline{AD}+16)(\overline{AD}-6)=0$

$\therefore \overline{AD}=6$

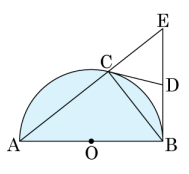
$\overline{CE}=\sqrt{16^2-8^2}=\sqrt{192}$

$\overline{BC}=\sqrt{192+4^2}=\sqrt{208}=4\sqrt{13}$

$a\sqrt{b}=4\sqrt{13}$

$\therefore a+b=17$

25. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 O 에서 현 AC 의 연장선과 점 B 에서의 접선이 만나는 점을 E, 선분 BE 와 점 C 에서의 접선이 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{CE} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{\sqrt{10}}{2}$

해설

$\angle ACB = \angle ABE = 90°$

$\angle CAB = a$, $\angle CBA = b$ 라 하면

$a + b = 90°$ 이므로 $\angle CBD = a$

삼각형 DCB 는 $\overline{CD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle DCB = a$ $\quad \therefore \angle DCE = b$

삼각형 CBE 에서 $\angle CEB = b$

따라서 삼각형 DCB 와 삼각형 DEC 는 이등변삼각형이므로

$\overline{DB} = \overline{DC} = \overline{DE}$, $\overline{CD} = \frac{\overline{BE}}{2}$

할선과 접선의 관계에서 $\overline{EB}^2 = \overline{EC} \cdot \overline{EA}$ 이므로 $\overline{EB} = \sqrt{10}$

따라서 선분 CD 의 길이는 $\frac{\sqrt{10}}{2}$