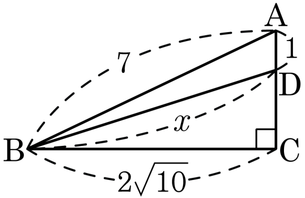
1. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2+(2\sqrt{10})^2=7^2$

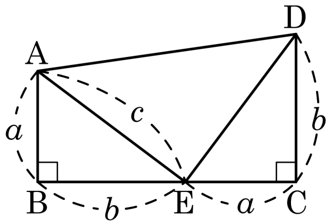
$(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2=49-40=9$

$\overline{\mathrm{CD}}+1=3, \overline{\mathrm{CD}}=2$

$\triangle$DBC 에서 $x^2=2^2+(2\sqrt{10})^2=4+40=44$

$\therefore x=2\sqrt{11}$

2. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로 $\frac{1}{2}ab +$ (가) $+ \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$ 따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

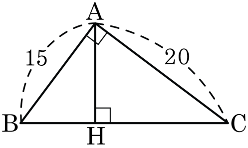
해설

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 20$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

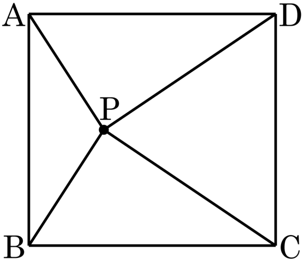
해설

$\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$

$25 \times \overline{AH} = 15 \times 20$

$\therefore \overline{AH} = 12$

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4, \overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.

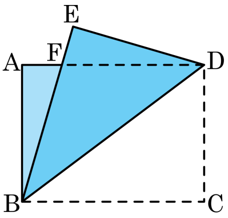


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB^2} + \overline{PD^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

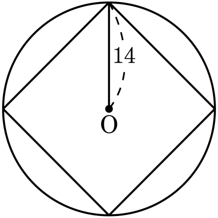
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

6. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

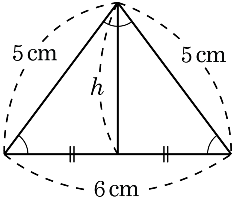
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{2}a = 28$ 이므로

$$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

7. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 5 cm, 5 cm, 6 cm 인 이등변삼각형의 높이 h는?



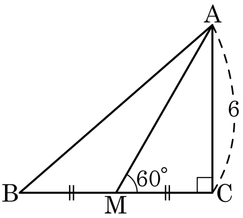
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\,\text{cm}$$

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{19}$

④ $4\sqrt{17}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : 6$

$\therefore\ \overline{CM} = 2\sqrt{3}$

$x = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$

9. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형이 될 수 있는 것을 2 개 고르면?

① $4\sqrt{3},\ 3\sqrt{7},\ 2\sqrt{5}$

② $3\sqrt{7},\ 2\sqrt{5},\ \sqrt{83}$

③ $4\sqrt{2},\ 5\sqrt{3},\ 2\sqrt{11}$

④ $2\sqrt{6},\ 3\sqrt{2},\ 3\sqrt{7}$

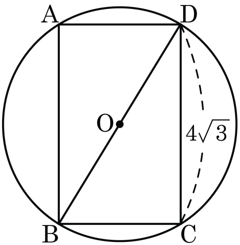
⑤ $3\sqrt{2},\ \sqrt{38},\ 2\sqrt{14}$

해설

② $(3\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{5})^2 = (\sqrt{83})^2$

⑤ $(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2 = (2\sqrt{14})^2$

10. 넓이가 18π 인 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$ 이고, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, b는 최소의 자연수)



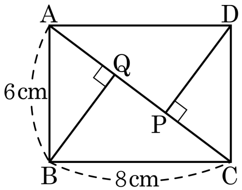
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

원의 넓이가 18π 이므로
반지름의 길이는 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 이고
지름의 길이= 직사각형의 대각선의 길이= $6\sqrt{2}$ 이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{\mathrm{AD}}^2+(4\sqrt{3})^2=(6\sqrt{2})^2$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}}^2=24$, $\overline{\mathrm{AD}}>0$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}}=2\sqrt{6}$ 이다.
따라서 $a=2,\ b=6$ 이므로 $a+b=8$ 이다.

11. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



① 2.6 cm　② 2.8 cm　③ 3.0 cm

④ 3.2 cm　⑤ 3.6 cm

해설

$\triangle$ABC 는 직각삼각형이므로

$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm})$ 이다.

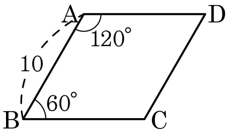
$\triangle$DCP 와 $\triangle$ACD 는 닮음이다.

$\overline{CD} : \overline{AC} = \overline{PC} : \overline{CD}$ 이므로

$\overline{CD}^2 = \overline{CP} \times \overline{AC}$ 이다.

따라서 $\overline{PC} = 36 \div 10 = 3.6\,\text{cm}$ 이다.

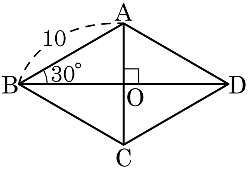
12. 다음 그림은 한 변의 길이가 10 cm 인 마름모이다. $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$일 때, 이 마름모의 넓이는?



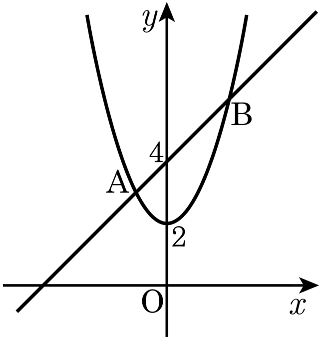
① $50\sqrt{3}$　② $60\sqrt{3}$　③ $70\sqrt{3}$　④ $80\sqrt{3}$　⑤ $90\sqrt{3}$

해설

마름모의 대각선이 직교하므로
$\overline{AO} = 5$, $\overline{AC} = 10$
$\overline{BO} = 5\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 10\sqrt{3}$
마름모의 넓이는 $10 \times 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{3}$
이다.



13. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 + 2$ 와 직선 $y = x + 4$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

$x^2 + 2 = x + 4$

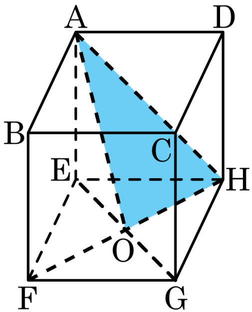
$x^2 - x - 2 = 0$

$(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore\ x = 2,\ -1$ 이므로 A$(-1,\ 3)$, B$(2,\ 6)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (6 - 3)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle$AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{OH}} = 3\sqrt{2},\ \overline{\mathrm{AH}} = 6\sqrt{2}$

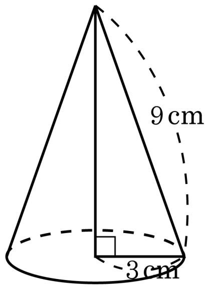
$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{18+36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{OH}}^2 + \overline{\mathrm{AO}}^2$, 즉

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle$AOH 는 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle\mathrm{AOH} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

15. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{OA} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?

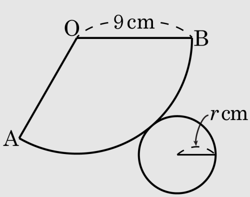


① $3\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{2}$cm

④ $6\sqrt{2}$cm ⑤ $7\sqrt{2}$cm

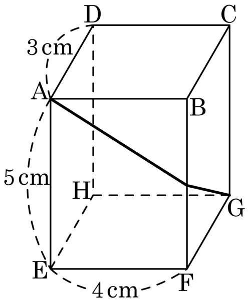
해설

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 3$(cm) 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$(cm) 이다.

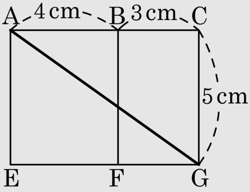
16. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 A 를 출발하여 모서리 BF 위의 점 P 를 지나 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

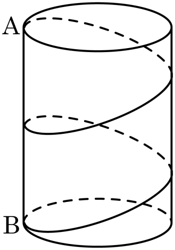
▷ **정답 :** $\sqrt{74}$ cm

해설



$$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}(\text{cm})$$

17. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 3 cm , 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 팽팽하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

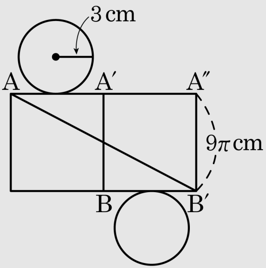


▶ **답 :** ______ cm

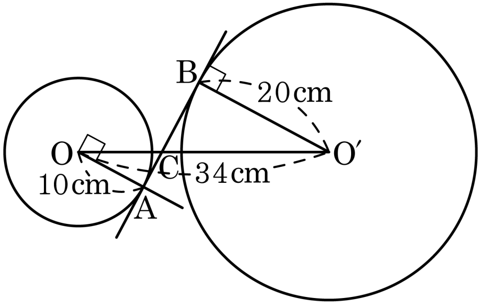
▷ **정답 :** 15π cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi$(cm) 이고, $\overline{AA''}$ 은 12π (cm) 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225}\pi = 15\pi$(cm)



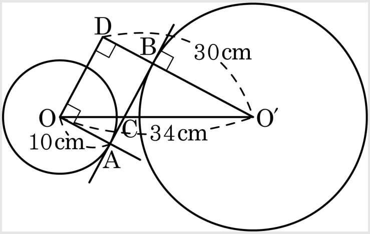
18. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $10\,\mathrm{cm}$, $20\,\mathrm{cm}$ 인 원 O, O′ 의 중심 사이의 거리는 $34\,\mathrm{cm}$ 이다. 공통접선 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

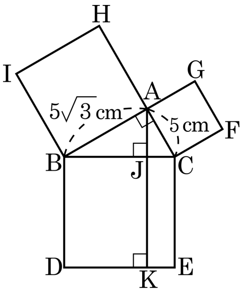


$\overline{\mathrm{O'B}}$ 의 연장선과 점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D 라 하면

$\overline{\mathrm{O'D}} = 20 + 10 = 30(\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{OD}} &= \sqrt{\overline{\mathrm{OO'}}^2 - \overline{\mathrm{O'D}}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

19. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

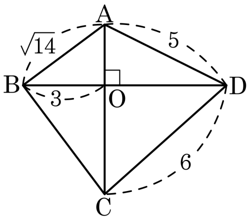
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5
② 4
③ $2\sqrt{5}$
④ $1+\sqrt{14}$
⑤ $3\sqrt{13}$

해설

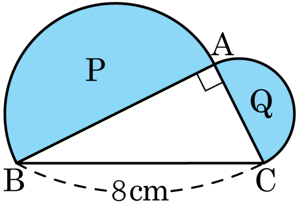
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore\ \overline{OC} = 4$

21. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 8π cm^2

해설

$P + Q$ 는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

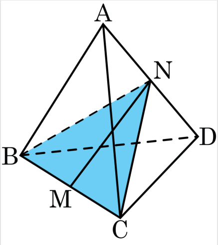
$$P + Q = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi = 8\pi(cm^2)$$

22. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면

$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로

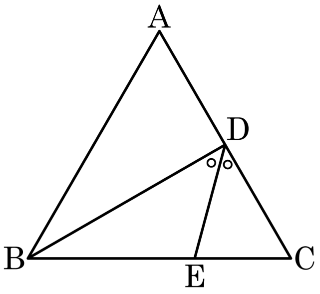
$\angle NMC = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$\overline{NC} = \overline{NB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

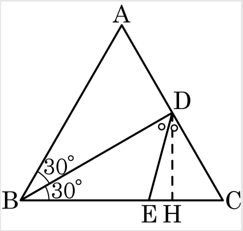
23. 정삼각형 ABC 의 $\angle$B 의 이등분선이 변 AC 와 만나는 점을 D , $\angle$BDC 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BED 의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}+2$

해설



삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 할 때,

$\triangle$ABD 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로 $a : \overline{\mathrm{BD}} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}} = \dfrac{a}{2}\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{DC}} = a \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{a}{2}$

$\overline{\mathrm{BE}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CE}}$ 에서

$\dfrac{a}{2}\sqrt{3} : \dfrac{a}{2} = x : (a-x)$ 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\therefore x = \dfrac{a}{2}(3-\sqrt{3})$

$\triangle$BDH 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로

$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DH}} = 2 : 1$ 에서

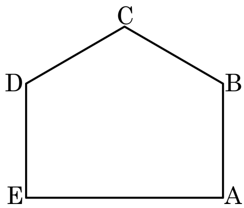
$\overline{\mathrm{DH}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{a}{2}\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{DEB} &= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{BE}} \times \overline{\mathrm{DH}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}(3-\sqrt{3}) \times \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16}a^2(\sqrt{3}-1) \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$a^2 = \dfrac{8}{3}(3+\sqrt{3})$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABC} &= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3}(3+\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}+2\end{aligned}$$

24. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle C = \angle D = 120°$, $\angle E = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$, $\overline{AE} = 8\sqrt{3}$ 일 때, 오각형 ABCDE 의 넓이를 구하여라.

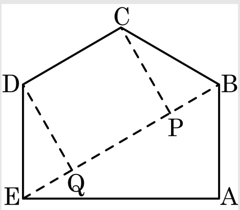


▶ 답 :

▷ 정답 : $80\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{ED}$, $\angle C = \angle D$ 이므로 □BCDE 는 등변사다리꼴이다.
점 C, D 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면



$\overline{BP} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} = \overline{AE} = 8\sqrt{3}$, $\angle CDB = 30°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$ 이므로

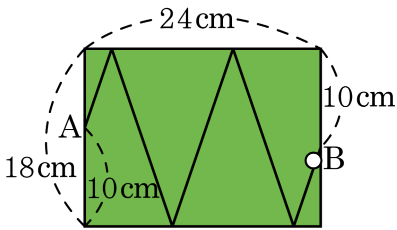
$\therefore \overline{BP} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$, $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BE} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 4 + 8 + 4 = 16$

따라서 오각형 ABCDE 의 넓이는 삼각형 ABE 의 넓이와 등변사다리꼴 BCDE 의 넓이의 합이다.

$$\therefore \triangle ABE + \square BCDE = \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times (16 + 8) \times 4\sqrt{3}$$
$$= 80\sqrt{3}$$

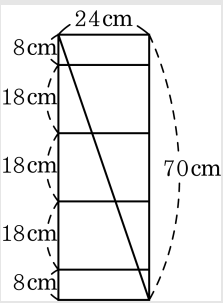
25. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 74 cm

해설



$$(\text{공이 지나간 최단 거리}) = \sqrt{24^2 + 70^2} = \sqrt{5476} = 74(\text{cm})$$