

1. 3회에 걸친 영어 시험 성적이 84점, 82점, 90점이다. 4회의 시험에 몇 점을 받아야 4회까지의 평균이 86점이 되겠는가?

① 80 점

② 82 점

③ 84 점

④ 86 점

⑤ 88 점

해설

4회의 성적을 x 점이라 하면

$$\frac{84 + 82 + 90 + x}{4} = 86$$

$$256 + x = 344$$

$$\therefore x = 88(\text{ 점})$$

2. 다정이는 5 회의 수학 쪽지 시험 성적의 평균을 13 점 이 되게 하고 싶다. 4 회까지의 점수의 평균이 11 점일 때, 5 회에는 몇 점을 받아야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 21점

해설

4 회까지의 평균이 11 이므로 4 회 시험까지의 총점은

$$11 \times 4 = 44(\text{점})$$

5 회 째의 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{44 + x}{5} = 13, \quad 44 + x = 65 \quad \therefore x = 21$$

따라서 21 점을 받으면 평균 13 점이 될 수 있다.

3. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 자료와 가장 큰 자료를 차례대로 나열하여라.

㉠ 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7

㉡ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10

㉢ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4

㉣ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2

㉤ 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3

㉥ 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ㉡, 가장 큰 것은 ㉠이다.

4. 다음은 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E 가 5 일 동안 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 큰 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
A	2	5	2	5	2
B	3	6	3	6	4
C	10	2	1	11	3
D	8	8	8	8	9
E	5	6	7	8	9

① A

② B

③ C

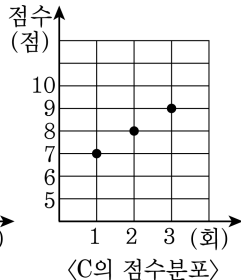
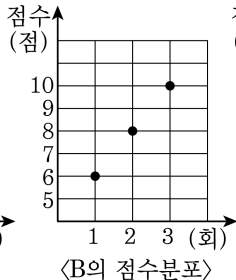
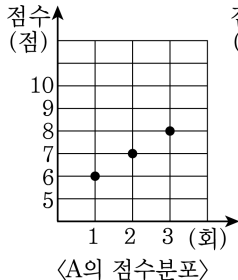
④ D

⑤ E

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 표준편차가 가장 큰 학생은 C 이다.

5. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$

② $a = c < b$

③ $a < b = c$

④ $a = b > c$

⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$ 이다.

6. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3

② 3.2

③ 3.4

④ 3.6

⑤ 3.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$$1 - 2 + 3 + x + 0 = 0, \quad x + 2 = 0 \quad \therefore x = -2$$

따라서 분산은

$$\frac{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + (-2)^2 + 0^2}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

7. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 수학 성적의 평균이 8 점 일 때, A 의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

	A	B	C	D	E
편차(점)	-1	2	0	x	1

- ① 5 점, $\sqrt{2}$ 점 ② 6 점, $\sqrt{2}$ 점 ③ 6 점, $\sqrt{3}$ 점
 ④ 7 점, $\sqrt{2}$ 점 ⑤ 8 점, $\sqrt{3}$ 점

해설

A 의 성적은 $8 - 1 = 7$ (점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

$$-1 + 2 + 0 + x + 1 = 0$$

$$x + 2 = 0, \therefore x = -2$$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 2^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2}$ 점 이다.

8. 세 수, a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

9. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$$\therefore a+b+c = 18$$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

10. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수

Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수

Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

11. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

12. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

13. 10개의 변량 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \dots, -3x_{10} + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

$$(\text{평균}) = -3 \cdot 6 + 1 = -17,$$

$$(\text{분산}) = (-3)^2 \cdot 5 = 45$$

14. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a + 5, b + 5, c + 5, d + 5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

$$\text{평균} : 1 \cdot 10 + 5 = 15$$

$$\text{표준편차} : |1| \cdot 3 = 3$$

15. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
- ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
- ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.

→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.

⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

16. 다음은 종연이네 반 학생 30 명의 인터넷 사용시간을 나타낸 도수 분포표이다. 이 반 학생들의 인터넷 사용시간의 분산과 표준편차를 구하여라.

시간(분)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	10
30 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	5
60 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	5
90 ^{이상} ~ 120 ^{미만}	4
120 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 2109

▷ 정답 : 표준편차 : $\sqrt{2109}$

해설

$$\text{평균} : \frac{15 \times 10 + 45 \times 5 + 75 \times 5 + 105 \times 4}{30} + \frac{135 \times 6}{30} = 66$$

$$\text{편차} : -51, -21, 9, 39, 69$$

$$\text{분 산} : \frac{(-51)^2 \times 10 + (-21)^2 \times 5 + 9^2 \times 5}{30} +$$

$$\frac{39^2 \times 4 + 69^2 \times 6}{30} = 2109$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{2109}$$

17. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	4
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	18
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	6
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	2
합계	32

① 5, 1

② 5, 2

③ 5, 4

④ 6, 3

⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32}$$

$$= 5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32}$$

$$+ \frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2$$

18. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64 + 78}{2} = 71$, 최빈값은 78이다.

19. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{7}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

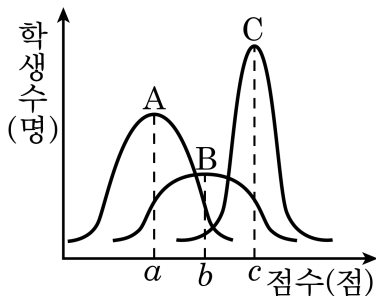
위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

20. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

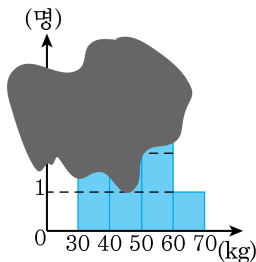


- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

21. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
 &= \frac{490}{10} = 49 \text{ (kg)}
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84
 \end{aligned}$$

이다.

22. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 :

$$\frac{1 + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 9}{40}$$

$$+ \frac{7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 + 10}{40} = 5$$

편차 : -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{분산 : } \frac{16 + 9 \times 3 + 4 \times 7 + 5}{40}$$

$$+ \frac{9 \times 2 + 16 + 25}{40} = 4$$

표준편차 : 2

23. 미현이네 반 30명의 몸무게의 평균은 50 kg이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29명의 몸무게의 평균이 50.3 kg이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 41.3 kg

해설

30명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500(\text{kg})$

전학생 1명을 뺀 29명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7(\text{kg})$

전학생 1명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3(\text{kg})$

24. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{48}, x_{49}, x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2, x_2 - 2, x_3 - 2, \dots, x_{48} - 2, x_{49} - 2, x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{1}{50} \{ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \dots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{50} \{ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50 \}$$

$$= \frac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.}$$

25. 자연수 a, b, c 에 대하여 a, c 는 10보다 작은 홀수이고, b 는 10보다 작은 짝수이다. 이차방정식 $ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 를 만족할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$$ax^2 - 3bx + 6c = 0 \text{ 에서 } p + q = \frac{3b}{a}, pq = \frac{6c}{a}$$

한편 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 에서

$$9 < p + q < 15, 9 < \frac{3b}{a} < 15$$

$$\therefore 3 < \frac{b}{a} < 5$$

$a > 0$ 이므로 $3a < b < 5a$

a 는 10보다 작은 자연수 중 홀수이므로

$$a = 1, b = 4$$

따라서 $pq = 6c$ 이다.

$$18 < pq < 54 \text{ 이므로 } 18 < 6c < 54, 3 < c < 9$$

c 는 10보다 작은 홀수인 자연수이므로 $c = 5, 7$

따라서 이차방정식은 $x^2 - 12x + 30 = 0, x^2 - 12x + 42 = 0$ 이다.

$$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \therefore p^2 + q^2 &= 12^2 - 2 \times 30 = 84 \\ &= 12^2 - 2 \times 42 = 60 \end{aligned}$$