

1. 다음 중 이차함수는?

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2$

② $y = 2(x - 1) + 25$

③ $y = x^2 - (2x + x^2)$

④ $y = x^3 - (x + 1)^2$

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2$

해설

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)

② $y = 2(x - 1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)

③ $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$ (일차함수)

④ $y = x^3 - (x + 1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3. x 축에 대해 대칭인 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = 3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉦ $y = \frac{1}{4}x^2$

- ① ㉠,㉤ ② ㉡,㉥ ③ ㉢,㉦ ④ ㉡,㉥ ⑤ ㉤,㉥

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

4. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 12x - 18$

② $y = 12x^2 - 6x + 9$

③ $y = 2x^2 + 12x - 18$

④ $y = x^2 - 3x + 1$

⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향

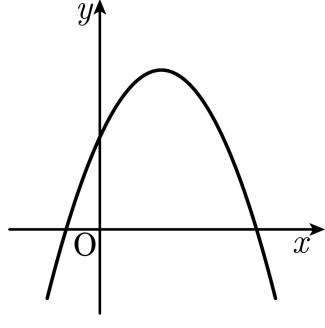
으로 3 만큼 평행이동시키면

$$y = -2(x - 3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$

5. 다음 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프에서 다음 □에 알맞은 부등호를 써넣어라.



$apq \square 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : >

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제1 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
따라서 $apq > 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 - 8$ 의 y 절편으로 알맞은 것을 고르면?

① 6

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 의 값이므로
 $2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

⑤ $0 < a < 3$

해설

$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3$, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a + 3)$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

8. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값이 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최솟값 0

② $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최댓값 4

③ $y = -(x + 3)^2 \rightarrow x = -3$ 일 때, 최댓값 0

④ $y = -(x + 2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$ 일 때, 최댓값 -1

⑤ $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 1

해설

⑤ $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$

$y = 2(x + 1)^2 - 1$

따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

9. 다음 중 함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(0, 0)$ 을 지난다.
- ② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크다.
- ③ y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 그래프이다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $x > 0$ 이면 x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

해설

② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크거나 같다.

10. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + 3 \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 3x^2 - 12x + 15 \\ \therefore a &= 3, b = -12, c = 15 \\ \therefore a + b + c &= 3 + (-12) + 15 = 6\end{aligned}$$

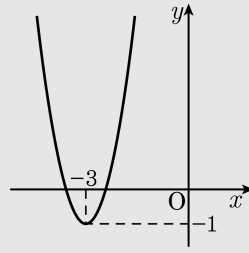
12. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



13. 포물선 $y = x^2 + bx + c$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(3, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c,$$

$$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3,$$

$$\text{꼭짓점}\left(-\frac{b-8}{2}, -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{b-8}{2} = 3, b = 2,$$

$$\text{따라서 } -\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

14. 이차함수 $y = 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6 \\ &= 3(x - a)^2 - a^2 - 4a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -a^2 - 4a + 6 = -(a + 2)^2 + 10$$

$\therefore m$ 의 최댓값 : 10

15. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -7

④ 3

⑤ 5

해설

$$y = a(x + 1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

16. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

17. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 $h\text{m}$ 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}\text{m}$

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}\text{m}$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

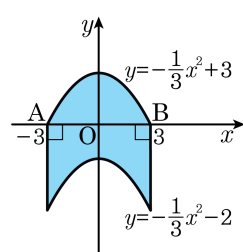
해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

19. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.

20. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?
- ① 원점 ② 제1 사분면 ③ 제2 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

∴ 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$

그런데 $b < 0$, $c > 0$ 이므로 $-\frac{b}{4} > 0$, $\frac{b^2 + 8c}{8} > 0$

∴ 제 1 사분면

21. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ☐

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
- ☐

㉡ y 절편은 3 이다.
- ☐

㉢ x 절편은 두 개이다.
- ☐

㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
- ☐

㉤ 왼쪽 위를 향한다.

- ①

㉠,㉡
- ②

㉡,㉢
- ③

㉡,㉤
- ④

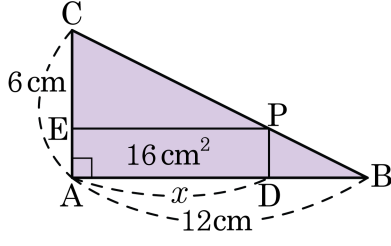
㉢,㉣
- ⑤

㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로
 $-4 = c$
 $-1 = a + b + c$
 $8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
 $y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽
위를 향하는 직선이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8(\text{cm})$$

23. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

⋮

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

24. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

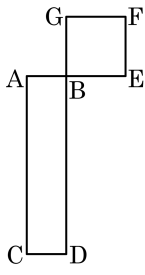
$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4} \left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은 $\frac{576}{13}$ 이다.