

1. 다음 중 이차함수는?

①  $y = 2x^2 - 2(x+1)^2$

②  $y = 2(x-1) + 25$

③  $y = x^2 - (2x + x^2)$

④  $y = x^3 - (x+1)^2$

⑤  $y = 3x^2 - (2x+1)^2$

해설

①  $y = 2x^2 - 2(x+1)^2 = -4x - 2$  (일차함수)

②  $y = 2(x-1) + 25 = 2x + 23$  (일차함수)

③  $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$  (일차함수)

④  $y = x^3 - (x+1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$  (삼차함수)

⑤  $y = 3x^2 - (2x+1)^2 = -x^2 - 4x - 1$  (이차함수)

2. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지날때,  $a$  의 값은?

①  $-2$

②  $2$

③  $3$

④  $-3$

⑤  $9$

해설

$y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3.  $x$  축에 대해 대칭인 것끼리 짝지은 것은?

㉠  $y = -2x^2$

㉡  $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉢  $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉤  $y = 3x^2$

㉥  $y = \frac{1}{2}x^2$

㉦  $y = \frac{1}{4}x^2$

① ㉠, ㉤

② ㉡, ㉦

③ ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉤, ㉦

해설

$x$  축과 대칭인 함수는  $x^2$  의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

4. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

①  $y = -2x^2 + 12x - 18$

②  $y = 12x^2 - 6x + 9$

③  $y = 2x^2 + 12x - 18$

④  $y = x^2 - 3x + 1$

⑤  $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면

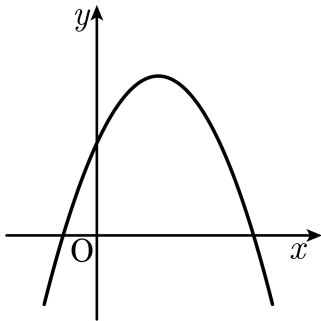
$$y = -2(x - 3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$



5. 다음 이차함수  $y = a(x + p)^2 + q$  의 그래프에서 다음  $\square$ 에 알맞은 부등호를 써넣어라.



$$apq \square 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : >

해설

위로 볼록하므로  $a < 0$ , 꼭짓점  $(-p, q)$ 가 제1 사분면에 있으므로  $p < 0, q > 0$ 이다.

따라서  $apq > 0$ 이다.

6. 이차함수  $y = 2(x - 3)^2 - 8$  의  $y$  절편으로 알맞은 것을 고르면?

① 6

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

$y$  절편은  $x = 0$  일 때의  $y$ 의 값이므로  
 $2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$

7. 이차함수  $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$  의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수  $a$  의 값의 범위는?

①  $a > 0$

②  $a < 3$

③  $a > 3$

④  $a < 0$

⑤  $0 < a < 3$

해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표가 } (a, -a + 3)$$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$  즉,  $a < 0, a < 3$  이므로  $a < 0$ 이다.

8. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의  $x$ 의 값이 옳지 않은 것은?

①  $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$  일 때, 최솟값 0

②  $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$  일 때, 최댓값 4

③  $y = -(x + 3)^2 \rightarrow x = -3$  일 때, 최댓값 0

④  $y = -(x + 2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$  일 때, 최댓값 -1

⑤  $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$  일 때, 최솟값 1

해설

$$\textcircled{5} \quad y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$$

$$y = 2(x + 1)^2 - 1$$

따라서  $x = -1$  일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

9. 다음 중 함수  $y = ax^2$  의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 점  $(0, 0)$  을 지난다.

②  $a > 0$  일 때,  $y$  의 값은 0보다 크다.

③  $y$  축에 대하여 대칭이다.

④  $a > 0$  이면 아래로 볼록한 그래프이다.

⑤  $a < 0$  일 때,  $x > 0$  이면  $x$  가 증가할 때  $y$  는 감소한다.

해설

②  $a > 0$  일 때,  $y$  의 값은 0보다 크거나 같다.

10. 이차함수  $y = \frac{4}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동시켰더니 점  $(a, 10)$  을 지났다.  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동시킨

함수의 식은  $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$  이고, 점  $(a, 10)$  을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$  이므로  $a = 3$  이다.

11. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(2, 3)$  인 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + 3 \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 3x^2 - 12x + 15\end{aligned}$$

$$\therefore a = 3, b = -12, c = 15$$

$$\therefore a + b + c = 3 + (-12) + 15 = 6$$

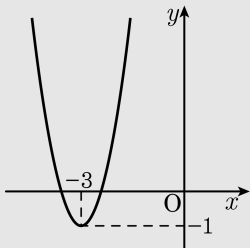
12. 이차함수  $y = 3(x + 3)^2 - 1$  의 그래프에서  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값이 감소하는  $x$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서  $x$ 의 값의 범위는  $x < -3$





13. 포물선  $y = x^2 + bx + c$  를  $x$  축의 방향으로 4 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이  $(3, -1)$  이 되었다고 한다. 상수  $b, c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b = 2$

▷ 정답 :  $c = 3$

#### 해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c,$$

$$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3,$$

$$\text{꼭짓점} \left(-\frac{b-8}{2}, -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{b-8}{2} = 3, b = 2,$$

$$\text{따라서 } -\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

14. 이차함수  $y = 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6$  의 최솟값을  $m$  이라고 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6 \\ &= 3(x - a)^2 - a^2 - 4a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -a^2 - 4a + 6 = -(a + 2)^2 + 10$$

$\therefore m$  의 최댓값 : 10

15.  $x = -1$  일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점  $(0, 2)$  를 지나는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값은?

① -3

② -5

③ -7

④ 3

⑤ 5

해설

$y = a(x + 1)^2 + 5$  에  $(0, 2)$  를 대입하면  $a = -3$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

16. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

### 해설

두 수를 각각  $x$ ,  $26 - x$  라고 하면,

$$\begin{aligned} y &= x(26 - x) \\ &= -x^2 + 26x \\ &= -(x - 13)^2 + 169 \end{aligned}$$

$x = 13$  일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$  이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

17. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때,  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 :  $\frac{9}{2}$ m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  에서  $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$  이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는  $\frac{9}{2}$ m 이다.

18. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가  $y = -\frac{1}{2}x^2$  의 그래프보다 폭이 좁고,  
 $y = 2x^2$  의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때,  $a$  의 값으로 옳지 않은  
것은?

①  $-\frac{3}{4}$

②  $-1$

③  $\frac{4}{3}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤  $\frac{7}{4}$

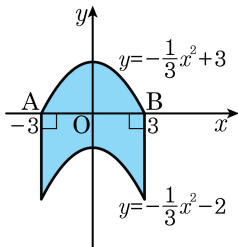
해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

19. 다음 그림은  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ,  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가  $x$  축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중  $y > 0$  인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고,  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$  에  $x = 3$  를 대입하면  $y = -5$  이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는  $6 \times 5 = 30$  이다.

20. 포물선  $y = -2x^2 - bx + c$  에서  $b < 0$ ,  $c > 0$  이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$  제 1 사분면



21. 세 점  $(0, -4)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이  $y = ax^2 + bx + c$  일 때, 이차함수  $y = bx^2 + cx + a$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.  
 ㉡  $y$  절편은 3 이다.  
 ㉢  $x$  절편은 두 개이다.  
 ㉤ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.  
 ㉥ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉥

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉤, ㉥

### 해설

세 점  $(0, -4)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

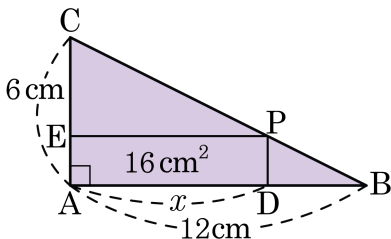
$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면,  $a = 3$ ,  $b = 0$ ,  $c = -4$  이다.

따라서  $y = bx^2 + cx + a$  는

$y = -4x + 3$  이고, 이 함수의 그래프는  $y$  절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

22. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 12\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = 6\text{cm}$  인 직각삼각형 ABC의 빗변 위에 점 P를 잡아 직사각형 EADP를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가  $16\text{cm}^2$  이었다. 이 때,  $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단,  $\overline{AD} > 6\text{cm}$ )



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$  (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left( 6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데  $6 < x < 12$  이므로  $x = 8(\text{cm})$

23. 이차함수  $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여  $f^1(x) = f(x)$ ,  $f^{n+1} = f(f^n(x))$  라 할 때,  $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

⋮

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

24.  $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ ,  $p + 2q \leq 2$  를 만족하는 실수  $p, q$  에 대하여 이차함수  $y = x^2 + px + q$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때  $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$  에서  $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$  이므로

최솟값  $m$  은  $x = -\frac{p}{2}$  일 때이다.

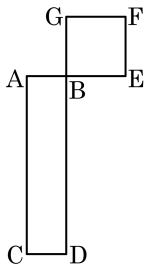
$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한  $p + 2q \leq 2$  에서  $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서  $m$  의 최댓값은  $\frac{5}{4}$  이다.

25. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에  $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4} \left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13}\end{aligned}$$

따라서  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은  $\frac{576}{13}$ 이다.