

1. 두 이차방정식  $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$  과  $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$  이 모두  $\sqrt{3}$  을 근으로 가질 때, 상수  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \sqrt{3}$  을 두 방정식에 각각 대입하면

$$3 + 9 - a = 0 \quad \therefore a = 12$$

$$3 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 36$$

2.  $x^2 + 6x + 9 = 0$  을 풀면?

①  $x = -2$  (증근)

②  $x = -3$  (증근)

③  $x = 5$  (증근)

④  $x = 1$  (증근)

⑤  $x = 3$  (증근)

해설

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{증근})$$

3. 근의 공식을 이용하여 이차방정식  $x^2 + 4x - 2 = 0$  을 풀면?

- ①  $x = 2 \pm \sqrt{6}$       ②  $x = -2 \pm \sqrt{2}$       ③  $x = -2 \pm \sqrt{6}$   
④  $x = 2 \pm \sqrt{2}$       ⑤  $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

4. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는  $k$ 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2 개      ② 3 개      ③ 4 개      ④ 5 개      ⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$$\therefore 5 \text{ 개}$$

5. 이차방정식  $5x^2 - 10x + 6 = 0$  에서 두 근의 합이  $a$  일 때,  $2a^2 - a - ab = 0$  을 만족하는 상수  $b$  의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ -2                      ⑤ -1

해설

두 근의 합  $a = 2$

$$2a^2 - a - ab = 2(2^2) - 2 - 2b = 0$$

$$8 - 2 = 2b$$

$$\therefore b = 3$$

6. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m<sup>2</sup> 인 직사각형의 가로 길이  $x$  를 구하는 방정식은?

①  $x^2 - 9x + 20 = 0$

②  $x^2 + 9x + 20 = 0$

③  $x^2 - 18x + 20 = 0$

④  $x^2 + 18x + 20 = 0$

⑤  $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가  $x$  cm이면 세로의 길이는  $(9 - x)$  cm  
따라서 직사각형의 넓이는  $x(9 - x) = 20$  이다.  
 $\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$

7. 반지름이  $r$  인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가  $36\pi$  가 되었다.  
처음 원의 반지름  $r$  을 구하여라.

▶ 답 :

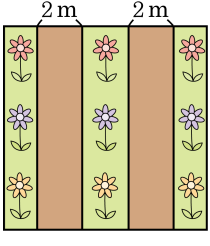
▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\pi(r+3)^2 &= 36\pi \\ r^2 + 6r - 27 &= 0 \\ (r-3)(r+9) &= 0 \\ \therefore r &= 3 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45m<sup>2</sup> 였다. 처음 꽃밭의 가로 길이是多少?

- ① 3m                      ② 6m                      ③ 7m  
④ 8m                      ⑤ 9m



해설

정사각형의 가로 길이를  $x$  m라고 하면  
(꽃밭의 넓이) =  $(x - 4)x$   
 $(x - 4)x = 45$   
 $\therefore x = 9 (\because x > 0)$

9. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

①  $x^2 + x - 2 = 0$

②  $x^2 + 4x = 0$

③  $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤  $3x^2 - 27 = 0$

해설

③  $x = -\frac{1}{2}, x = -2$  일 때 성립한다.

10. 이차방정식  $5x^2 - bx + 20 = 0$  의 한 근을  $a$  라고 할 때,  $5a^2 - ab + 1$  의 값은?

- ①  $-20$       ②  $-19$       ③  $-18$       ④  $-17$       ⑤  $-16$

해설

$5x^2 - bx + 20 = 0$  에  $x = a$  를 대입하면

$5a^2 - ab + 20 = 0$  ,  $5a^2 - ab = -20$

$\therefore 5a^2 - ab + 1 = (-20) + 1 = -19$

11. 두 이차방정식  $x^2 + x - p = 0$ ,  $x^2 - qx - 8 = 0$ 의 공통인 근이 1일 때,  $2p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + x - p = 0$  과  $x^2 - qx - 8 = 0$  에  $x = 1$  을 대입하면

$p = 2, q = -7$

$\therefore 2p + q = -3$

12. 이차방정식  $4x^2 - 8x + a = 0$  이 중근을 가질 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 4$

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 8x + a &= 0 \\ 4(x^2 - 2x) &= -a \\ 4(x^2 - 2x + 1) &= -a + 4 \\ 4(x - 1)^2 &= -a + 4 \\ -a + 4 &= 0 \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

13. 이차방정식  $(5x - 4)^2 = 9$  를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = \frac{1}{5}$  또는 0.2

▷ 정답 :  $x = \frac{7}{5}$  또는 1.4

해설

$$(5x - 4)^2 = 9$$

$$5x - 4 = \pm 3$$

$$5x = 4 \pm 3, x = \frac{4 \pm 3}{5}$$

$$x = \frac{7}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

14. 이차방정식  $(x-1)^2 = a+4$  에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = 0$  이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡  $a = -4$  이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢  $a = -5$  이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡                      ② ㉢                      ③ ㉠, ㉡                      ④ ㉠, ㉢, ㉢                      ⑤ ㉡, ㉢, ㉢

해설

- ㉠  $a = 0$  이면  $(x-1)^2 = 4$  ,  $x-1 = \pm 2$   
따라서  $x = 3$  또는  $x = -1$  이므로 두 근의 곱은  $-3$  이다.
- ㉡  $a = -4$  이면  $(x-1)^2 = 0$   
따라서  $x = 1$  (중근) 이다.
- ㉢  $a = -5$  이면  $(x-1)^2 = -1$  , 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

15. 이차방정식  $(x-1)^2 - 3(x-1) - 18 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이  $x^2 - ax + 2a = 0$ 의 근일 때,  $a$ 의 값은?

① 9

② 3

③ 1

④ -1

⑤  $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1=t$ 로 치환하면  $t^2-3t-18=0$

$(t-6)(t+3)=0$ ,  $t=6$ 또는  $t=-3$

$t=x-1=6$ 또는  $t=x-1=-3$ 에서  $x=7$ 또는  $x=-2$

따라서 작은 근은  $-2$ 이다.

$x=-2$ 를  $x^2-ax+2a=0$ 에 대입하면

$(-2)^2+2a+2a=0$ ,  $4a=-4$

$\therefore a=-1$

16. 이차방정식  $ax^2 + bx - 1 = 0$  의 한 근이  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  일 때, 유리수  $a + b$  의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  이므로 다른 한 근은  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은  $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은  $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

17.  $x$ 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이  $-5$ ,  $-1$  이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이  $2$ ,  $4$  가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

①  $x = 1$  또는  $x = -5$

②  $x = -1$  또는  $x = 5$

③  $x = 1$  또는  $x = 5$

④  $x = -1$  또는  $x = 4$

⑤  $x = -5$  또는  $x = 2$

해설

원래 이차방정식을  $x^2 + ax + b = 0$  이라 하면

$$b = (-5) \times (-1) = 5, -a = 2 + 4 = 6$$

따라서  $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

18. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$  을  $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$  의 꼴로 나타낼 때,  
 $mn$  의 값은?

- ① 21      ② -21      ③ 27      ④ -27      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

19. 서로 다른 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 0$  일 때, 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.  
② 중근을 갖는다.  
③ 근이 존재하지 않는다.  
④ 모든 실수에 대해서 만족한다.  
⑤ 알 수 없다.

해설

방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 판별식  $D = b^2 - 4ac$  에  $b = -a - c$  를 대입하면  $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$   $a \neq c, a - c \neq 0$  이므로  $(a - c)^2 > 0$  이다.  
따라서 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

20. 이차방정식  $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로  $-k + 60 = 0$ ,  $k = 60$  이다.

21.  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$  이 서로 다른 두 근  $\alpha, \beta$  를 가질 때,  $\alpha + \beta$  의 범위는  $m < \alpha + \beta < n$  이다.  $m + n$  의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서  
 $\alpha + \beta = -a$  ,  $\alpha\beta = a^2 + a - 1$   
서로 다른 두 근을 가지므로  
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$   
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$   
 $-2 < a < \frac{2}{3}$   
그런데  $\alpha + \beta = -a$  이므로  
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$   
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

22. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강 상류에서 하류까지 12km를 왕복하는 데 5시간 걸린다면, 12km를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을  $x\text{km/h}$ 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x - 4)(5x + 6) = 0$$

$x$ 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서  $x \equiv 4$  이다

$\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$

23.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$  이고,  $k = f(1) + f(2) + \cdots + f(23) + f(24)$  이다.  
 $k$  가  $x$  에 관한 이차방정식  $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$  의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$  에  $x = 4$  를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$  를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

24. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이  $p, q$  일 때, 이차방정식  $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$ 의 두 근을 각각  $p, q$ 에 관한 식으로 나타내어라.  
(단,  $abc \neq 0$ )

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-p$

▷ 정답 :  $-q$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q = -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a}$$

$$\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{의 양변에 } c \text{를 곱하면}$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

$$(x + p)(x + q) = 0$$

$$\therefore x = -p \text{ 또는 } x = -q$$

$$\text{따라서 } \frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{의 두 근은 } -p \text{와 } -q \text{이다.}$$

25. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 :  $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을  $x$  라고 하면  $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$  의 양변에  $x$  를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$