

1. $4x^2 + Axy + 9y^2 = (Bx + Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}(Bx + Cy)^2 &= B^2x^2 + 2BCxy + C^2y^2 \\ &= 4x^2 + Axy + 9y^2\end{aligned}$$

$$B = 2, C = 3, A = 12$$

$$A + B + C = 12 + 2 + 3 = 17$$

2. $(x + 5)(x - 6) + 10$ 을 인수분해하면?

① $(x - 2)(x + 10)$

② $(x + 2)(x - 10)$

③ $(x + 2)(x + 10)$

④ $(x - 4)(x + 5)$

⑤ $(x + 4)(x - 5)$

해설

$$\begin{aligned}(x + 5)(x - 6) + 10 &= x^2 - x - 30 + 10 \\ &= x^2 - x - 20 \\ &= (x + 4)(x - 5)\end{aligned}$$

3. $2x^2 + Ax - 3$ 을 인수분해한 식에 $(x - 3)$ 의 인수가 있을 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = -5$

해설

다른 인수를 $ax + b$ 라 하면,

$$\begin{aligned}(x - 3)(ax + b) &= ax^2 + (b - 3a)x - 3b \\ &= 2x^2 + Ax - 3\end{aligned}$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

$$\therefore A = 1 - 6 = -5$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$

③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면

$$(x-3)^2 + 2(x-3) - 8$$

$$= X^2 + 2X - 8$$

$$= (X+4)(X-2)$$

$$= (x-3+4)(x-3-2)$$

$$= (x+1)(x-5)$$

5. 두 이차식 $x^2 - 3x - 4$ 와 $2x^2 - 11x + 12$ 의 공통인 인수는?

① $x - 1$

② $x - 4$

③ $x + 1$

④ $2x - 3$

⑤ $2x + 3$

해설

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

$$2x^2 - 11x + 12 = (2x - 3)(x - 4)$$

6. x 에 대한 이차식 $Ax^2 + 7x + B$ 의 인수가 $x + 3$, $3x - 2$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

① 3

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

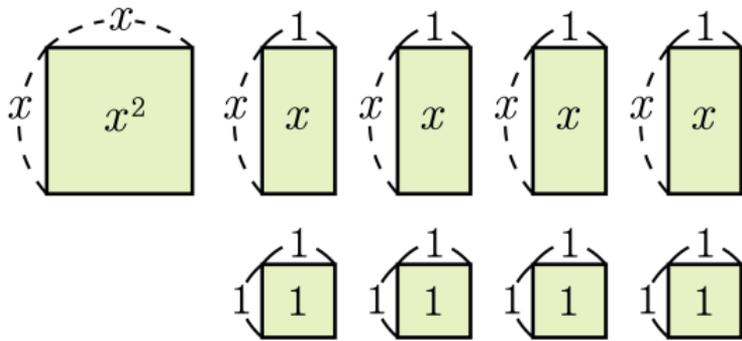
$$Ax^2 + 7x + B = (x + 3)(3x - 2)$$

$$Ax^2 + 7x + B = 3x^2 + 7x - 6$$

$$A = 3, B = -6$$

$$\therefore A + B = -3$$

7. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는?



① $x + 1$

② $x + 2$

③ $x + 3$

④ $x + 4$

⑤ $x + 5$

해설

$$(\text{넓이}) = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x + 2$ 이다.

8. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

9. $3x - 2$ 이 $3x^2 - ax + 8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}3x^2 - ax + 8 &= (3x - 2)(x + p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p - 2)x - 2p\end{aligned}$$

$$-2p = 8, \quad p = -4 \text{ 이고,}$$

$$3p - 2 = -a, \quad a = 14 \text{ 이다.}$$

10. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x - 2y)^2$

② $ax^2 + 2ax + a = (ax + 1)^2$

③ $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 = \left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$

④ $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

⑤ $(xy)^2 + 22xy + 11^2 = (xy + 11)^2$

해설

② $ax^2 + 2ax + a = a(x + 1)^2$

12. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고

$(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.

(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2 - 22x + 24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2 - 18x - 21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.

따라서 $3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$

$\therefore a = 3, b = 2, c = 4$

$\therefore a + b + c = 9$

13. 다항식 $4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2$ 을 인수분해하여 간단히 나타낸 것은?

① $(p+q)^2$

② $(p+2q)^2$

③ $(2p+q)^2$

④ $(p-q)^2$

⑤ $(p-2q)^2$

해설

$p+q=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2 &= 4t^2 - 4tp + p^2 \\ &= (2t-p)^2 \\ &= (p+2q)^2\end{aligned}$$

14. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

15. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2) - 10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - 1)(x^2 - 6)$

② $(x^2 + 1)(x^2 - 6)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 + 6)$

④ $(x^2 + 1)(x^2 + 6)$

⑤ $(x^2 - 1)(x^2 - 5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 1)(x^2 - 4) - 10 &= x^4 - 5x^2 + 4 - 10 \\ &= x^4 - 5x^2 - 6 \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - 6)\end{aligned}$$

16. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = (A)(B)$ 일 때, $A + B = x^2$ 의 해를 구하면?(단, $x \neq 0$)

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$ ④ $x = 4$ ⑤ $x = 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\ &= x^2 - (y - 4)^2 \\ &= (x + y - 4)(x - y + 4)\end{aligned}$$

$A + B = (x + y - 4) + (x - y + 4) = x^2$ 에서

$x^2 = 2x$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$,

조건에서 $x \neq 0$ 이므로, $x = 2$ 이다.

17. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x - y - 3)(x - y + 1)$

② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$

③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$

④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$

⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$

해설

주어진 식을 x 에 관해 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2 + (2 - 2y)x + y^2 - 2y - 3 \\ &= x^2 + (2 - 2y)x + (y + 1)(y - 3) \\ &= \{x - (y + 1)\}\{x - (y - 3)\} \\ &= (x - y - 1)(x - y + 3) \end{aligned}$$

18. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : C

▷ 정답 : B

▷ 정답 : A

▷ 정답 : D

해설

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

19. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=6$

해설

$$x^2 + y^2 + 2xy - x - y - 2 = (x + y)^2 - (x + y) - 2$$

$x + y = X$ 라 두면

$$X^2 - X - 2 = (X + 1)(X - 2)$$

따라서 세로의 길이는 $x + y - 2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x + y + 1 + x + y - 2) = 4x + 4y - 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 6$ 이다.

20. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

21. $x = \frac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$

② $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

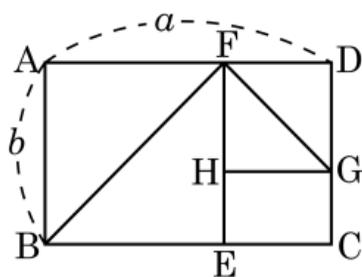
$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

22. 다음 그림에서 $\square ABFE$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$$\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$$

남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.

따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

23. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

∴ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

24. $1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2$
의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -128

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2 \\ &= 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 \\ &= (1^2 - 3^2) + (5^2 - 7^2) + (9^2 - 11^2) + (13^2 - 15^2) \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) \\ &\quad + (9-11)(9+11) + (13-15)(13+15) \\ &= -2(4+12+20+28) \\ &= -128 \end{aligned}$$

25. 자연수 a, b, c 에 대하여 $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $abc = 24$

해설

$$abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$$

$$ab(c + 1) + b(c + 1) + a(c + 1) + c = 69$$

$$ab(c + 1) + b(c + 1) + a(c + 1) + c + 1 = 70$$

$$(c + 1)(ab + a + b + 1) = 70$$

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 70$$

a, b, c 는 자연수이고 $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 5, b = 4$$

$$c + 1 = 7, c = 6$$

$$\therefore abc = 24$$