

1. x, y 가 자연수일 때, $3x + y = 19$ 를 만족하는 x, y 순서쌍의 개수를 구하면?(단, $x > y$)

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

자연수 x, y 에 대하여 $3x + y = 19$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1, 16), (2, 13), (3, 10), (4, 7), (5, 4), (6, 1)$ 이고 이 중 x 의 값이 더 큰 것은 2개이다.

2. $x + y = -2$, $x - y = 6$ 일 때, 연립방정식의 해 (x, y) 를 (a, b) 라 하자.
이때, $a + b$ 를 구하면?

① -1

② 1

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x + y = -2$ 와 $x - y = 6$ 을 더하면

$$\therefore x = 2, y = -4$$

$$(a, b) = (2, -4)$$

$$\therefore a + b = 2 + (-4) = -2$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 3$

해설

$$\begin{cases} y = 3x + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면}$$

$$3x - 2(3x + 5) = 2$$

$$\therefore x = -4$$

$$y = 3 \times -4 + 5 = -7$$

$$\therefore (a, b) = (-4, -7)$$

따라서 $a - b = -4 - (-7) = 3$ 이다.

4. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx = ay - 9 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, 3)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ -2

⑤ -8

해설

연립방정식에 $x = -1$, $y = 3$ 을 대입하면

$$\begin{cases} -a + 3b = 7 \cdots ① \\ -b = 3a - 9 \cdots ② \end{cases}, \text{ ②를 정리하면 } b = -3a + 9 \cdots ③ \text{ 이}$$

다. 대입법을 이용하여 ③을 ①에 대입하고 정리하면 $a = 2$ 가 나온다.

5. 연립방정식 $\frac{4x+y}{5} = \frac{3x-y}{2} = 1$ 에서 x 의 값은?

① 1

② -1

③ -3

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$\begin{cases} \frac{4x+y}{5} = 1 \\ \frac{3x-y}{2} = 1 \end{cases}$$

$$4x + y = 5, \quad 3x - y = 2$$

두 식을 변끼리 더하면 $7x = 7$

$$\therefore x = 1, y = 1$$

6. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 13이고 이 수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 두 자리의 수는 처음 수보다 9가 크다. 처음 수는?

① 49

② 58

③ 67

④ 85

⑤ 94

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 10x + y = 10y + x - 9 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 6$, $y = 7$ 이다.

따라서 처음 수는 67이다.

7. 어느 퀴즈 대회에서 처음에 기본 점수 100 점이 주어지고 20 문제를 모두 풀어야 하는데 한 문제를 맞히면 20 점을 얻고, 틀리면 10 점을 감점한다고 한다. 이때, 350 점을 얻으려면 몇 문제를 맞혀야 하는가?

① 5 개

② 10 개

③ 15 개

④ 20 개

⑤ 25 개

해설

맞힌 문제 수를 x 개, 틀린 문제 수를 y 개라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 20x - 10y = 350 - 100 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x + y = 20 & \cdots (1) \\ 20x - 10y = 250 & \cdots (2) \end{cases}$$

(1) + (2) $\div 10$ 을 하면 $3x = 45$

$\therefore x = 15, y = 5$

8. 작은 배로 강을 10km 올라가는 데 2 시간, 내려가는데 1 시간 걸렸다. 정지하고 있는 물에서의 작은 배의 속력과 흐르는 강물의 속력을 옳게 구한 것은?

- ① 배의 속력 $\frac{15}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{7}{2}$ km/h
- ② 배의 속력 $\frac{13}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{7}{2}$ km/h
- ③ 배의 속력 $\frac{15}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{5}{2}$ km/h
- ④ 배의 속력 $\frac{13}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{5}{2}$ km/h
- ⑤ 배의 속력 $\frac{15}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{3}{2}$ km/h

해설

배의 속력 x km/h , 강물의 속력 y km/h 라 하면

$$\begin{cases} 2(x - y) = 10 \\ x + y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

두 식을 변끼리 더하면 정리하면 $2x = 15$,

$$x = \frac{15}{2} , y = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ 배의 속력 $\frac{15}{2}$ km/h , 강물의 속력 $\frac{5}{2}$ km/h

9. x, y 에 관한 일차방정식 $\frac{7}{3}(6x - 3y) + \frac{7}{2} = 4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y\right) - \frac{5}{2}$ 를 $ax + by + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a : b : c$ 의 값은? (단, $a > 0$ 이다.)

① $-3 : 6 : 5$

② $3 : 5 : 6$

③ $12 : 10 : 6$

④ $6 : 5 : 3$

⑤ $6 : -5 : 3$

해설

$$\frac{7}{3}(6x - 3y) + \frac{7}{2} = 4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y\right) - \frac{5}{2} \text{ 를 정리하면 } 12x - 10y + 6 = 0$$

이므로 $a = 12$, $b = -10$, $c = 6$ 이다. 따라서 $a : b : c = 6 : -5 : 3$

10. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = 5a + 2b$ 라고 할 때, $x * 2y = 1 * 4$ 의 해를 구하여라. (단, x, y 는 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $y = 2$

해설

$$x * 2y = 5x + 4y$$

$$1 * 4 = 5 \times 1 + 2 \times 4 = 13$$

$$5x + 4y = 13$$

$$\therefore x = 1, y = 2$$

11. 일차방정식 $ax - 2y = 8$ 의 그래프가 두 점 $(2, b)$, $(4, 6)$ 을 지날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$ax - 2y = 8$ 에 $x = 4, y = 6$ 을 대입하면

$$a \times 4 - 2 \times 6 = 8$$

$$4a = 20$$

$$a = 5$$

$5x - 2y = 8$ 에 $x = 2, y = b$ 을 대입하면 $2b = 2$

$$b = 1$$

$$a = 5, b = 1 \quad \therefore a - b = 4$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=7 \\ 2x+y=p \end{cases}$ 의 해가 $(4, q)$ 일 때 $2p-q$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{cases} x-y=7 \cdots \textcircled{A} \\ 2x+y=p \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

우선, $\textcircled{A}$ 식에 $x=4, y=q$ 를 대입하여 q 값을 구한다.

$$4-q=7, q=-3$$

$\textcircled{B}$ 식에 $x=4, y=q=-3$ 을 대입하여 p 값을 구한다.

$$8-3=p, p=5$$

$$\therefore 2p-q=10+3=13$$

13. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$x - 2y = 3, ax + by = 8, ax - by = 2, x - y = 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$x - 2y = 3, x - y = 4$ 를 연립하여 풀면 $x = 5, y = 1$ 가 나온다.
따라서 네 직선의 교점은 $(5, 1)$ 이므로 나머지 두 직선에 $(5, 1)$ 을 대입하여 풀면 $a = 1, b = 3$ 이 나온다.

직선 $y = x + 3$ 의 x 절편은 -3 , y 절편은 3 이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ 이다.

14. 산악회 모임의 전체 회원 수는 36 명이다. 이번 등산에 남자 회원의 $\frac{1}{3}$ 과 여자 회원의 $\frac{1}{4}$ 이 참가하여 모두 11 명이 모였다. 이 산악회의 여자 회원 수는?

- ① 12 명 ② 13 명 ③ 14 명 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

남자 회원의 수를 x 명, 여자 회원의 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 11 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 3y = 132 \end{cases}$$

$$\therefore x = 24, y = 12$$

15. 다음은 조선조 말기에 가장 인기가 높았던 수학 계몽서인 [산법통종(山法通宗)](1953 나라 정대위)에 실린 문이다. 그 해를 순서대로 구하여라.

○○○○○○○○ ○○○○○○○○ (아간점가이삼공 중객도도래
점중)

○○○○○○○○ ○○○○○○○○ (일서칠객다칠객 일서구객일
방실)

위의 문제를 해석하면 ‘여관업을 하는 이가(○○)의 집에 손님이 많이 몰려왔는데, 한 방에 7명씩 넣으면 7명이 남고, 한 방에 9명씩 넣으면 방 하나가 남는다.’ 손님 수와 객실 수를 각각 구하여라.(단, 손님이 든 방에 빈 자리는 없다.)

손님 수 : ()명, 객실 수 : ()실

▶ 답 : 명

▶ 답 : 실

▷ 정답 : 63명

▷ 정답 : 8실

해설

방의 개수를 x 실, 손님 수를 y 명이라 하면

$$y = 7x + 7, y = 9(x - 1)$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $x = 8, y = 63$

16. 보경이는 30km 떨어진 두 지점 A 중학교에서 상암 월드컵 경기장을 왕복하는데 갈 때는 걸어서 1 시간, 자전거로 2 시간 걸렸고, 올 때는 걸어서 3 시간, 자전거로 1 시간 걸렸다. 보경이가 탄 자전거의 속력은?

① 4km/ 시

② 8km/ 시

③ 10km/ 시

④ 12km/ 시

⑤ 14km/ 시

해설

걸을 때의 속력을 x km/시, 자전거의 속력을 y km/시 라고 하면

$$(\text{거리}) = (\text{시간}) \times (\text{속력}) \text{ 이므로 } \begin{cases} x + 2y = 30 \\ 3x + y = 30 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = 6$, $y = 12$ 이다.

$\therefore$ 자전거의 속력은 12km/시 이다.

17. 농도가 다른 두 소금물 A, B가 있다. 소금물 A의 20g과 소금물 B의 80g을 섞었더니 18%의 소금물이 되고, 소금물 A의 80g과 소금물 B의 20g을 섞었더니 12% 소금물이 되었다. A 소금물과 B 소금물의 농도를 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답 : %

▷ 정답 : 10 %

▷ 정답 : 20 %

해설

소금물 A의 농도를 $x\%$, 소금물 B의 농도를 $y\%$ 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 20 + \frac{y}{100} \times 80 = \frac{18}{100} \times 100 \\ \frac{x}{100} \times 80 + \frac{y}{100} \times 20 = \frac{12}{100} \times 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 8y = 180 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 8x + 2y = 120 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 10$, $y = 20$ 이다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -5 \\ 5x + cy = 7 \end{cases}$ 을 푸는데 c 를 잘못 보아 $x = 0, y = 1$

을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = 3, y = 4$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{cases} ax + by = -5 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 5x + cy = 7 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서 옳은 해가}$$

$x = 3, y = 4$ 이므로

$$3a + 4b = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉡에 대입을 하면 $c = -2$ 이고, ㉠은 $x = 0, y = 1$ 도 만족하므로 $a \cdot 0 + b \cdot 1 = -5$ 에서 $b = -5$ 이다. 이것을 ㉢에 대입해서 성립해야 하므로 $a = 5$ 가 나온다.

$$\therefore a + b + c = 5 + (-5) + (-2) = -2$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} x + ay = 5 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $y = 2(x - 1) - 1$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x + 3(x - y) = 5 \\ y = 2(x - 1) - 1 \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = 2x - 3 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 ㉠에 대입하면 $-2x = -4$

$$\therefore x = 2$$

$x = 2$ 을 ㉡에 대입하면 $y = 1$

$x = 2, y = 1$ 을 $x + ay = 5$ 에 대입하면

$$2 + a = 5$$

$$\therefore a = 3$$

20. 연립방정식 $\begin{cases} -x + y = 1.9 \\ 0.03x + 0.02y = 0.09 \end{cases}$ 의 해를 x, y 라 할 때, $-x^3 - 3y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$1.9 = 2$ 이므로 주어진 식은

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ \frac{3}{90}x + \frac{2}{90}y = \frac{9}{90} \end{cases} \quad \text{이고, 첫 번째 식을 3 배하고 두 번째 식에}$$

90 을 곱하면

$$-3x + 3y = 6$$

$$+) \quad \underline{3x + 2y = 9}$$

$$5y = 15$$

이므로 $y = 3$, $x = 1$ 이고, 준식에 대입하면

$$-x^3 - 3y = -1^3 - 3 \times 3 = -10 \text{ 이다.}$$

22. 합금 A는 구리를 20%, 아연을 30% 포함한 합금이고, B는 구리를 30%, 아연을 10% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여 구리를 9kg, 아연을 10kg 얻으려면 합금 A는 몇 kg이 필요한지 구하여라.

합금	A	B
구리	20%	30%
아연	30%	10%

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 30 kg

해설

합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg 이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x + \frac{30}{100}y = 9 \\ \frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 90 \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 30$, $y = 10$ 이다.

23. 다음 연립방정식의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때 $12abc$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{1}{3} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{1}{4} \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{x+y}{xy} = 3 \text{에서 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3, \frac{y+z}{yz} = 4 \text{에서 } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4, \frac{z+x}{zx} = 5$$

$$\text{에서 } \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 5$$

$$\frac{1}{x} = A, \frac{1}{y} = B, \frac{1}{z} = C \text{로 치환하면}$$

$$A + B = 3, B + C = 4, C + A = 5$$

세 식을 변끼리 더하면

$$2(A + B + C) = 12, A + B + C = 6$$

$$\therefore A = 2, B = 1, C = 3$$

$$\frac{1}{x} = 2 \text{이므로 } x = \frac{1}{2}, \frac{1}{y} = 1 \text{이므로 } y = 1, \frac{1}{z} = 3 \text{이므로 } z = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 12abc = 12 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = 2$$

24. 연립방정식 $\begin{cases} 0. ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 0. ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} ax + 8y = 20 \\ 3x + 2by = 5 \end{cases}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{8}{2b} = \frac{20}{5}, \frac{a}{3} = \frac{4}{b} = 4, a = 12, b = 1$$

$$\therefore ab = 12$$

25. 두 자연수 A, B가 있다. A의 3할과 B의 5할의 합이 27이고, 그 비율을 바꾼 합이 29일 때, 두 자연수 A, B를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 40$

▷ 정답 : $B = 30$

해설

$$\begin{cases} 0.3A + 0.5B = 27 \\ 0.5A + 0.3B = 29 \end{cases}$$

양변에 10을 곱하면

$$\begin{cases} 3A + 5B = 270 \cdots \textcircled{1} \\ 5A + 3B = 290 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 5$ - ② $\times 3$ 을 하면

$$A = 40, B = 30$$